

Solution to written exam in SOLID STATE PHYSICS F0019T AND F7006T

Examination date: 2014-08-28

The solutions are just suggestions. They may contain several alternative routes.

- Primitiva enhetscellen: Al fcc: 1, Cr bcc: 1, Germanium diamantstruktur: 2.
 - Kubiska enhetscellen: Al fcc: 4, Cr bcc: 2, Germanium diamantstruktur: 8.
 - Germanium diamant struktur med kantlängden $a = 5.658\text{\AA}$ på enhetskuben. Närmsta grannar i tex. $(0,0,0)$ och $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ detta avstånd $= \sqrt{3}a/4 = 2.45\text{\AA}$. Näst närmsta grannar i tex. $(0,0,0)$ och $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ detta avstånd $= \sqrt{2}a/2 = 4.00\text{\AA}$.
- Atomtäteten i kisel ges av $N_a = \frac{8}{(5.43 \cdot 10^{-10})^3} = 5 \cdot 10^{28} \text{m}^{-3}$ vilket ger $N_d = 5 \cdot 10^{22} \text{m}^{-3}$ (dopingskoncentrationen). För rent kisel gäller $n_i = p_i = 2(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2})^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} e^{-E_g/2k_B T}$ och med $E_g = 1.1\text{eV}$ och med data enligt problemtexten erhålles $n_i = p_i = 1.446 \cdot 10^{16} \text{m}^{-3}$ och därmed att $\sigma_i = n_i e (\mu_e + \mu_h) = 4.17 \cdot 10^{-4} (\Omega\text{m})^{-1}$. För det dopade provet gäller att $np = n_i^2$ (massverkans lag), där $n = N_d + p$. Lösningen ger att $n \approx N_d$. Dvs med god precision gäller att $\sigma_i = n_d e \mu_e = 1041 (\Omega\text{m})^{-1}$. Den sökta kvoten σ/σ_i är då ca $2.5 \cdot 10^6$.
- Bandgapet ges av $E_g = \min[E_c(k)] - \max[E_v(k)] = 1.7 \cdot 10^{-19} \text{J} = 1.06 \text{eV}$
 - Eftersom banden är paraboliska kan de effektiva massorna beräknas m.h.a $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = Ck^2$ För valensbandet fås $m = \frac{\hbar^2}{2C} = -3.71 \cdot 10^{-31} \text{kg} = -0.41m_0$. Eftersom hål i valensbandet har negativ massa jämfört med elektroner i detta band så är $m_h = 0.41m_0$. För ledningsbandet fås $m = \frac{\hbar^2}{2C} = 1.39 \cdot 10^{-31} \text{kg} = 0.15m_0 = m_e$
 - Fotoner exciterar elektroner utan att förändra k . Detta ger att energin E för att excitera en elektron ges av $E = E_c(k) - E_v(k) = 1.7 \cdot 10^{-19} + 0.4 \cdot 10^{-37} k^2 - (-1.5 \cdot 10^{-38} k^2) = 1.7 \cdot 10^{-19} + 5.5 \cdot 10^{-38} k^2$. $k = 5.0 \cdot 10^8 \text{m}^{-1}$ ger $E = 1.84 \cdot 10^{-19} \text{J} = 1.15 \text{eV}$.
- Varje molekyl ger 6 elektroner detta ger tätheten $n = 6 \cdot 6.02310^{23} \cdot 880/0.078 = 4.077 \cdot 10^{28} \text{m}^{-3}$. hexagonen approximeras med en cirkel, omkrets $= 6 \times 1.4 \text{\AA} = 2\pi r$ och $r^2 = (3 \cdot 1.4/\pi)^2$. Detta ger (CK sid 419) $\chi = -4.077 \cdot 10^{28} \cdot (1.60 \cdot 10^{-19})^2 4\pi \cdot 10^{-7} (3 \cdot 1.410^{-10}/\pi)^2 / (6 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}) = 4.310^{-6}$
- $C_v = C_v^{el} + C_v^{ph}$. As the temperature in question (330K) is well above the Debye temperature (160K) we can use Dulong-Petits law for the phonons $C_v^{ph} = 3Nk_B$. For the electron contribution $C_v^{el} = \frac{\pi^2}{2} Nk_B \frac{T}{T_F}$, $T_F = E_F/k_B$ and $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{2/3}$. For Na we have $\rho = 971 \text{kg/m}^3$, atomic weight $= 22.9898\text{u}$ some calculations gives $T_F = 36599.353\text{K}$. Fraction contributed by the electrons: $F = \frac{C_v^{el}}{C_v^{el} + C_v^{ph}} = \frac{1}{1 + \frac{6T_F}{\pi^2 T}} \approx 0.0146$.