

Lektion 6 räknades uppgift 1.5.2-1.5.4. Den senare som nedan:

$2(1+2t) + 3b(1-2t) + 2(-1+t) = 3$
 $2 + 4t + 3b - 6bt + 2 - 2t = 3$
 $4t - 6bt + 4 + 3b = 3$
 $4t - 6bt = -1 - 3b$
 $t(4 - 6b) = -1 - 3b$
 $t = \frac{-1 - 3b}{4 - 6b}$
 SVAR: $b=1$
 $t = \frac{-1 - 3}{4 - 6} = \frac{-4}{-2} = 2$

Skärningspunkt mellan l och Π har koordinater
 $P_0 = (x, y, z)$ sådana att
 $(1+t) + (1+2t) - (2+2t) = -3$
 $1+1-2 + t(1+2-2) = -3$
 $0 + t = -3$
 $t = -3$
 $P_0 = (1-3, 1-6, 2-6) = (-2, -5, -4)$ punkt på l
 $\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
 $\vec{a} =$ vektor-projektionen av \vec{v} på \hat{n}
 $= (\vec{v} \cdot \hat{n}) \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} (1+2-2) \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

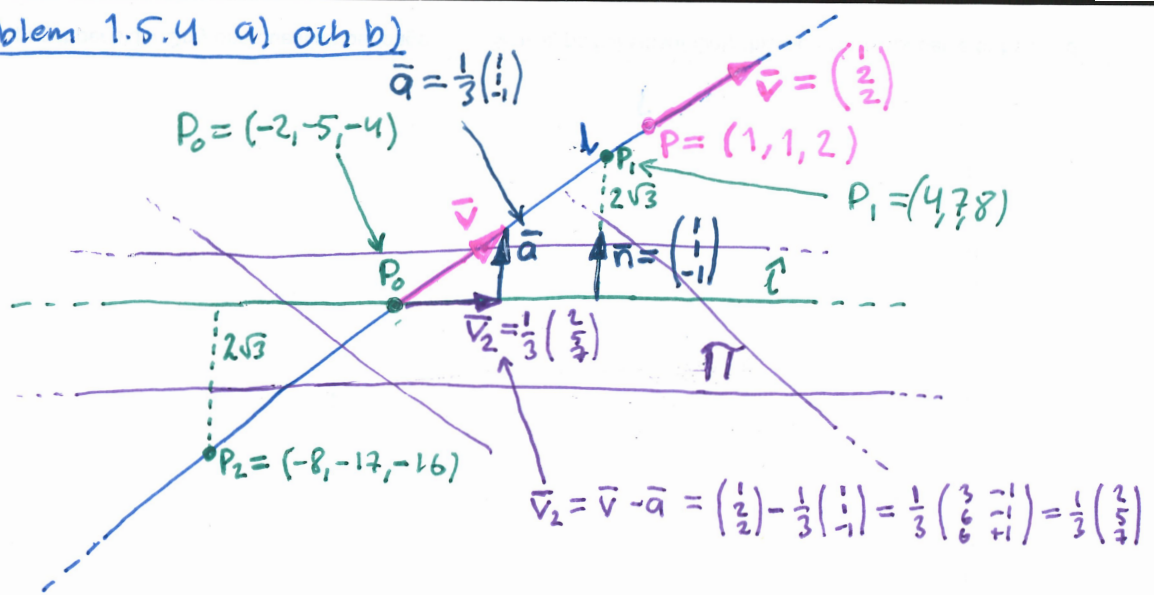
Punkt P på linjen har koordinater
 $P_0 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+t \\ -5+2t \\ -4+2t \end{pmatrix}$
 Visöker t så att
 $2\sqrt{3} = |\vec{v} \cdot \hat{n}| = \left| t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right| = \left| \frac{t}{\sqrt{3}} (1+2-2) \right| = \frac{|t|}{\sqrt{3}}$
 $2\sqrt{3} = \frac{|t|}{\sqrt{3}}$
 $2 \cdot 3 = |t|$
 $t = \pm 6 \Rightarrow$ SVAR: $P_1 = (-2+6, -5+12, -4+12) = (4, 7, 8)$
 $P_2 = (-2-6, -5-12, -4-12) = (-8, -17, -16)$

Sammanfattande bild inför 1.5.4 c), lektion 7:

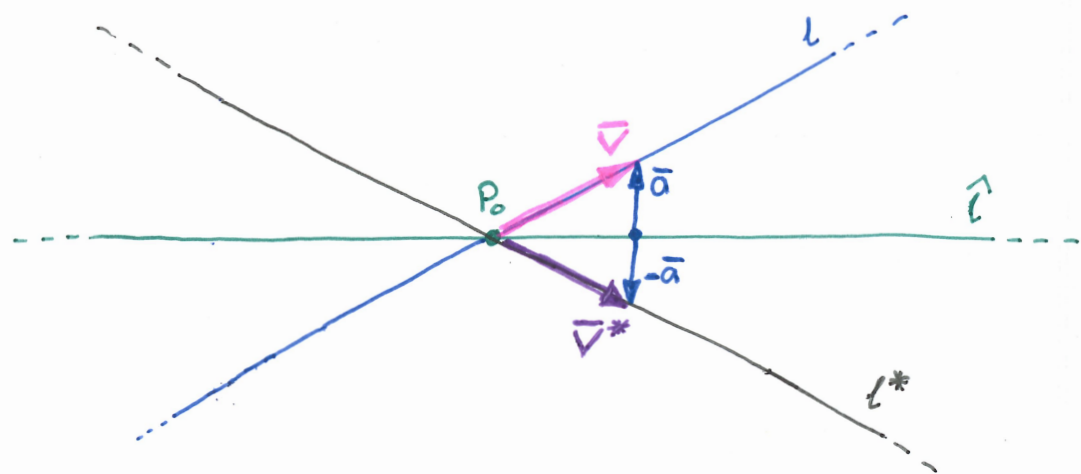
Figur för problem 1.5.4 a) och b)
 $\vec{a} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
 $P_0 = (-2, -5, -4)$
 $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
 $P_1 = (4, 7, 8)$
 $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
 $\vec{v}_2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $P_2 = (-8, -17, -16)$
 $\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3-1 \\ 6-1 \\ 2+1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) Finn linjens ekvation på parameterform för den linje l^* som är reflektionen av linjen l i planet Π .

Figur för problem 1.5.4 a) och b)



c) Finn linjens ekvation på parameterform för den linje l^* som är reflektionen av linjen l i planet Π .
 Från figuren ovan har vi följande linjer och vektorer i planet genom l och \hat{l} .



Vi vet att punkten P_0 ligger på l^* , så det återstår bara att räkna ut riktningsvektorn \vec{v}^* för l^* .
 Enligt figuren är $\vec{v}^* = \vec{v} - \bar{a} - \bar{a} = \vec{v} - 2\bar{a} =$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} - 2 \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \\
 &= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3-2 \\ 6-2 \\ 6-(-2) \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

För att slippa bråk tal väljer vi $3\vec{v}^*$ som riktningsvektor:

SVAR: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$