

M0029M – Differentialkalkyl – Lektion 10&11

Ove Edlund

2017-09-08

Gränsvärde

"Definition" av gränsvärde

Vi skriver att

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

om $f(x)$ är godtyckligt nära L för alla x som är tillräckligt nära a .

ELLER

"För alla x som är ruggigt nära a , så är $f(x)$ ruggigt nära L ."

Räkne regler för gränsvärden

Sats: Räkne regler för gränsvärden

Om $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ och $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ och k är en konstant, gäller att

1. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = L + M$

2. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = L - M$

3. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) g(x) = L M$

4. $\lim_{x \rightarrow a} k f(x) = k L$

5. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$, om $M \neq 0$

6. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^{\frac{m}{n}} = L^{\frac{m}{n}}$,

om $f(x) > 0$ i något intervall runt $x = a$

7. Om $f(x) \leq g(x)$ i något intervall runt $x = a$, så är $L \leq M$.

Höger- och vänstergränsvärde

Högergränsvärde: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, x närmar sig a från värden större än a .

Vänstergränsvärde: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, x närmar sig a från värden mindre än a .

Sats

Gränsvärdet existerar om och endast om höger och vänster gränsvärde är lika, dvs

$$\begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \\ \Updownarrow \\ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \text{ och } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L \end{array}$$

Oegentliga gränsvärden

Oegentliga gränsvärden

1. Gränsvärden då $x \rightarrow \infty$ eller $x \rightarrow -\infty$
2. "Gränsvärden" där $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ eller $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$