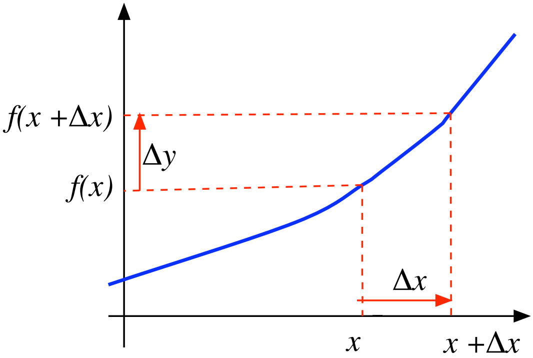
M0029M – Differentialkalkyl – Lektion 19

Ove Edlund

2017-09-21

Tillämpningar av derivator



För små förändringar kan Δy approximeras med hjälp av derivatan

$$\Delta y \approx f'(x)\,\Delta x$$

Förändringshastighet

Förändringshastigheten ges av riktningskoefficienten.

Förändringshastigheten i medeltal mellan $x = a$ och $x = a + h$ ges av

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Förändringshastigheten vid en viss tidpunkt $x = a$ ges av

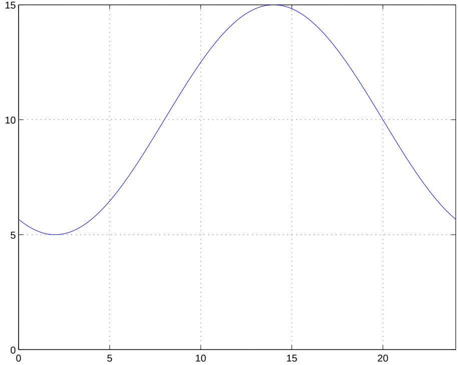
$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Exempel

Låt

$$T = 10 - 5\cos\left(\frac{(t-2)\pi}{12}\right)$$

representera utomhustemperaturen i $^\circ$C under ett dygn, där t är klockslaget [h]. Finn temperaturförändringshastigheten i medeltal mellan klockan 2 och 14, och temperaturförändringshastigheten klockan 8.



Högre ordningens derivator

Andraderivata

Andraderivatan då $y = f(x)$ betecknas med

$$y'' = f''(x) = \frac{d}{dx}\frac{d}{dx}y = \frac{d^2}{dx^2}y = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2}f(x)$$

Derivata av ordning n

Derivatan av ordning n, då $y = f(x)$, betecknas med

$$y^{(n)} = f^{(n)}(x) = \frac{d^n}{dx^n}y = \frac{d^ny}{dx^n} = \frac{d^n}{dx^n}f(x)$$

Implicit funktion

Implicit funktion

En funktion $y(x)$ som ges av ett förhållande mellan x och y, men på ett sånt sätt att vi inte kan lösa ut y.

Ex. $x - y\,e^{-y} = 0$

Implicit derivata

Derivatan till en implicit funktion kan dock ofta uttryckas explicit, i termer av x och $y(x)$

Ex. $y'(x) = \dfrac{y(x)}{x(1 - y(x))}$