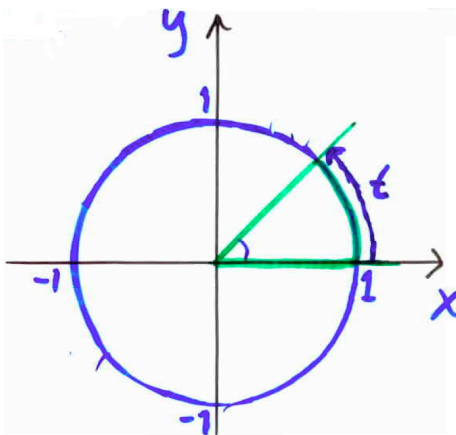


M0029M – Differentialkalkyl – Lektion 5 & 6

Ove Edlund

2017-09-01

Radianer



Radianen för en vinkel är lika med, längden av motsvarande **cirkelbåge** på en cirkel med radie 1 (enhetscirkeln, $x^2 + y^2 = 1$).

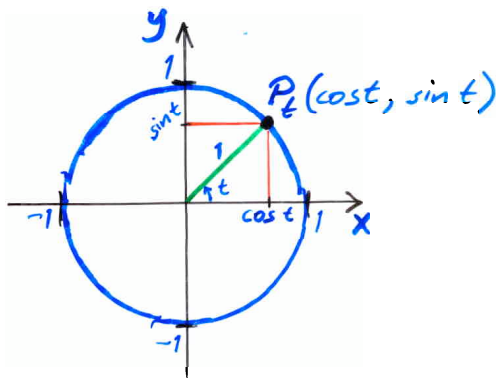
2π radianer – helt varv moturs

π radianer – halvt varv moturs

$\pi/2$ radianer – kvarts varv moturs

medurs ger negativa vinklar.

Definition av cosinus och sinus

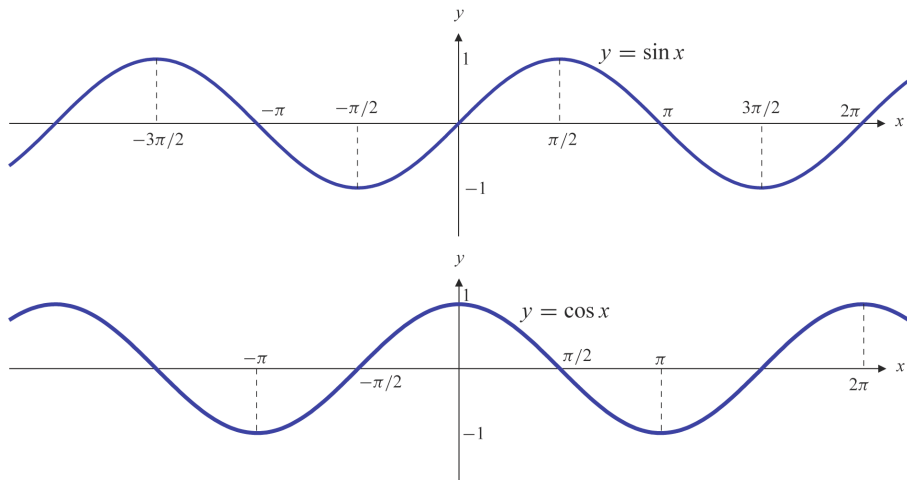


Givet en punkt P_t , som är t radianer efter enhetscirkeln från positiva x -axeln, så är

$$\sin t = \text{y-kординaten av } P_t$$

$$\cos t = \text{x-kординaten av } P_t$$

sinus och cosinus



Utantillapp för cosinus och sinus

I kursens Canvasrum finns en lapp med egenskaper hos cosinus och sinus som man bör kunna utantill eller kunna härleda innan tentamen

Utantillapp för cosinus och sinus

Utantillapp för $\sin x$ och $\cos x$

Sinus och cosinus för speciella vinklar

x (grader)	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
x (radianer)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

Utantillapp för cosinus och sinus

Elementära räkneregler

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (\text{trigonometriska ettan})$$

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x \quad \sin(x + 2\pi) = \sin x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x \quad \sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x \quad \sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

Plugga in

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

Utantillapp för cosinus och sinus

Härled vid behov

$$\begin{aligned}\cos(2x) &= 2 \cos^2 x - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 x\end{aligned}$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos(2x))$$

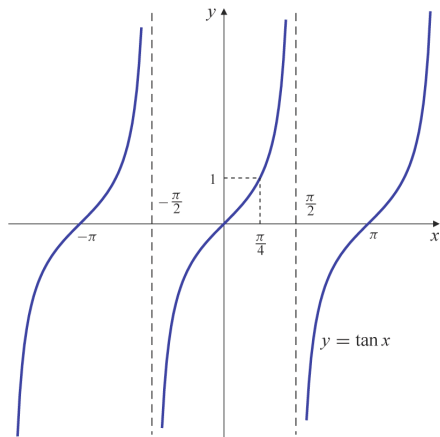
$$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos(2x))$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x + y) + \sin(x - y))$$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x - y) + \cos(x + y))$$

tangens etc



Tangens definieras av

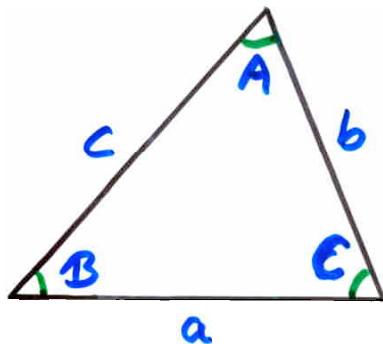
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Några andra trigonometriska funktioner

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x} \quad \csc x = \frac{1}{\sin x}$$

sinussatsen och cosinussatsen



sinussatsen

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a b \cos C$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 a c \cos B$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \cos A$$

Bevis av $\cos(s - t) = \cos s \cos t + \sin s \sin t$

