08-05-31

3a

$$\begin{array}{c} \\ -3 \\ -2 \end{array}\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 10 & 5 & 0 \\ 3 & 9 & 12 & a+4 & b \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a-2 & b \end{array}\right]$$

Alltid lösbart om det finns ledande element på varje rad, vilket inträffar om $a-2 \neq 0 \Leftrightarrow \boxed{a \neq 2}$

3b Om $b=0$ är systemet lösbart även då $a=2$, eftersom sista raden då ej är en falsk utsaga.

Med $b=0$ och $a=2$ får vi

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{c} \\ -1\times \\ \\ \end{array} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{c} \\ -3 \\ \\ \end{array} \sim \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|c} \boxed{1} & 0 & 10 & 5 & 0 \\ 0 & \boxed{1} & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Bundna: x_1, x_2 Fria: x_3, x_4

$\boxed{x_3 = s}$

$\boxed{x_4 = t}$

rad 2: $x_2 - 2\underbrace{x_3}_{=s} - \underbrace{x_4}_{=t} = 0$

$$\boxed{x_2 = 2s + t}$$

rad 1: $x_1 + 10\underbrace{x_3}_{=s} + 5\underbrace{x_4}_{=t} = 0$

$$\boxed{x_1 = -10s - 5t}$$

ger
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10s - 5t \\ 2s + t \\ s \\ t \end{bmatrix} = s \cdot \begin{bmatrix} -10 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\boxed{07-08-24}$ 1

$\bar{y}$ ligger i Span$\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$ om det finns x_1, x_2, x_3 så att

$$x_1\bar{v}_1 + x_2\bar{v}_2 + x_3\bar{v}_3 = \bar{y}$$

vilket löses med

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -3 & -4 \\ -1 & -4 & 1 & 3 \\ -2 & -7 & 0 & h \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & h-8 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & h-5 \end{array}\right]$$

rad 3 motsvarar $0 = h-5$, vilket är en sann utsaga då $\boxed{h=5}$.

Svar: $\bar{y}$ ligger i Span$\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$ då $h=5$.

$\boxed{13-03-19}$ 1a

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \\ -2 & 5 & -9 & k \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & -3 & 5 & k+2 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k+2 \end{array}\right]$$

Lösbart om rad 3: $0 = k+2$ är sann, dvs $\boxed{k=-2}$

1b Lösning saknas då $k \neq -2$

Då $k=-2$ finns en fri variabel, dvs oändligt många lösningar.

Fallet entydig lösning inträffar ej för något värde på k.

$\boxed{\text{13-03-19 forts}}$ 1c

Planets ekvation för godtyckligt plan genom origo

$$Ax + By + Cz = 0$$

sätt in ortsvekorerna för x, y, z, en i taget.

$$\begin{cases} A \cdot 1 + B \cdot 0 + C(-2) = 0 \\ A \cdot (-4) + B \cdot 3 + C \cdot 5 = 0 \\ A \cdot 7 + B \cdot (-5) + C \cdot (-9) = 0 \end{cases}$$

ett system av linjära ekvationer som vi löser med:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & 0 \\ -4 & 3 & 5 & 0 \\ 7 & -5 & -9 & 0 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & 5 & 0 \end{array}\right] \sim \begin{array}{cccc} A & B & C & \\ \boxed{1} & 0 & -2 & 0 \\ 0 & \boxed{3} & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

-7, 4, 5/3

Bundna: A, B Fri: C

$\boxed{C = t}$ rad 2: $3B - 3\underset{}{\overset{=t}{C}} = 0$ $\boxed{B = t}$ rad 1: $A - 2\overset{=t}{C} = 0$ $\boxed{A = 2t}$

Insatt i planets ekvation

$$\overset{A}{2t} \cdot x + \overset{B}{t} \cdot y + \overset{C}{t} \cdot z = 0$$

Välj $t = 1$, eller dela med $t \neq 0$ ger

$$\boxed{2x + y + z = 0}$$