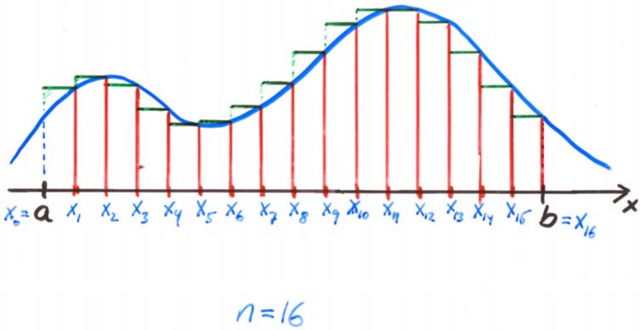
# M0030M – Lektion 20

## Linjär algebra och integralkalkyl

Ove Edlund

2018-12-03

# Approximera arean under funktion



# Partition

En **partition** är en ordnad mängd med punkter på ett intervall $[a, b]$, så att partitionen $P$ som ges av

$$P = \{x_0, x_1, x_2, \ldots x_n\}$$

uppfyller $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < \cdots < x_n = b$. Detta ger upphov till $n$ st. delintervall $[x_{i-1}, x_i]$.

Längden på varje delintervall betecknas $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, och *den största* av dessa längder kallas **normen** för partitionen $\|P\| = \max_i \Delta x_i$.

# Approximation av area

Given en partition $P$ kan vi approximera arean mellan en funktion och x-axeln mellan $a$ och $b$ med summan (negativa funktionsvärden ger negativt bidrag till arean):

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x_i$$

Genom att låta $n \longrightarrow \infty$ på ett sånt sätt att $\|P\| \longrightarrow 0$, kan under vissa omständigheter den exakta arean bestämmas som ett gränsvärde av $S_n$

$$Area = \lim_{\|P\| \to 0} S_n$$

# Summationsformler

(a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 1 = \underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{n \text{ st.}} = n$

(b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i = 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

(c) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(d) $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} r^i = 1+r+r^2+r^3+\cdots+r^n = \frac{r^{n+1}-1}{r-1}$

# Summationsformler, tre till

(e) $$\sum_{i=1}^{n} i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

(f) $$\sum_{i=1}^{n} i^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

(g) $$\sum_{i=1}^{n} i\,r^i = 1r + 2r^2 + 3r^3 + \cdots + n\,r^n = \frac{r(n\,r^{n+1} - (n+1)r^n + 1)}{(r-1)^2}$$