M0030M – Lektion 22

Linjär algebra och integralkalkyl

Ove Edlund

2018-12-07

Egenskaper

(a) $\displaystyle\int_a^a f(x)\,dx = 0$

(b) $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$

(c) $\displaystyle\int_a^b (Af(x) + Bg(x))dx = A\int_a^b f(x)\,dx + B\int_a^b g(x)\,dx$

(d) $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$

(e) Om $a \leq b$ och $f(x) \leq g(x)$

$$\int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx$$

Egenskaper, forts

(f) **Triangelolikheten**: Om $a \leq b$

$$\left| \int_a^b f(x)\, dx \right| \leq \int_a^b |f(x)|\, dx$$

(g) Om f är udda ($f(-x) = -f(x)$)

$$\int_{-a}^a f(x)\, dx = 0$$

(h) Om f är jämn ($f(-x) = f(x)$)

$$\int_{-a}^a f(x)\, dx = 2 \int_0^a f(x)\, dx$$

Medelvärdessatsen

Sats: Medelvärdessatsen

Om f är kontinuerlig på $[a, b]$ så existerar en punkt c i intervallet $[a, b]$ så att

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)f(c).$$

Givet detta låter vi $f(c)$ definiera **medelvärdet** $\bar{f}$ av en funktion, dvs

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx.$$