

# M0030M – Lektion 36

## Linjär algebra och integralkalkyl

Ove Edlund

2019-01-08

# Riktningskoefficient för kurva på parameterform

En kurva på parameterform

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

sägs vara **glatt** eller **slät** på ett intervall  $I$ , om kurvan har tangentlinje för alla  $t$  i intervallet.

## Sats

Låt  $C$  vara den kurva på parameterform som ges av

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

då  $t$  är i intervallet  $I$ .

**Om**  $f'(t)$  och  $g'(t)$  är kontinuerliga på intervallet  $I$ , och  $f'(t) \neq 0$  på intervallet  $I$ ,

**så** är  $C$  glatt/slät, och

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(t)}{f'(t)} .$$

# Riktningkoefficient för kurva på parameterform

## Sats

Låt  $\mathcal{C}$  vara den kurva på parameterform som ges av

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

då  $t$  är i intervallet  $I$ .

**Om**  $f'(t)$  och  $g'(t)$  är kontinuerliga på intervallet  $I$ , och  $f'(t) \neq 0$  på intervallet  $I$ ,

**så** är  $\mathcal{C}$  glatt/slät, och

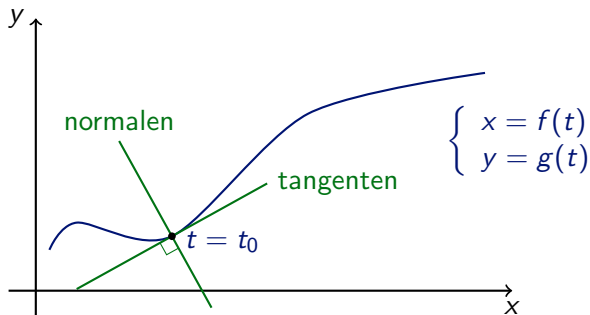
$$\frac{dy}{dx} = \frac{g'(t)}{f'(t)}.$$

På samma sätt gäller att

$$g'(t) \neq 0 \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{f'(t)}{g'(t)}.$$

Dvs kurvan är glatt/slät, utom möjligtvis i de punkter där både  $f'(t) = 0$  och  $g'(t) = 0$ .

# Tangenten och normalen



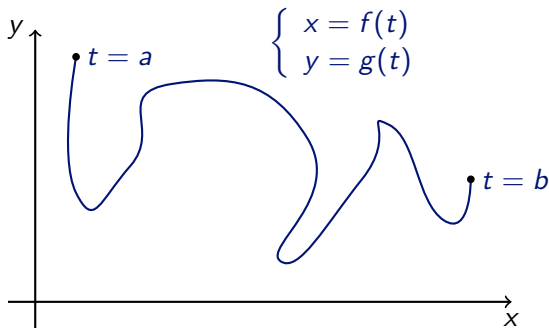
Tangenten i parameterform

$$\begin{cases} x = f(t_0) + s f'(t_0) \\ y = g(t_0) + s g'(t_0) \end{cases} \cdot$$

Normalen i parameterform

$$\begin{cases} x = f(t_0) + s g'(t_0) \\ y = g(t_0) - s f'(t_0) \end{cases} \cdot$$

## Båglängd för kurva på parameterform



Båglängden för den blå kurvan, mellan  $t = a$  och  $t = b$ , är

$$s = \int_a^b \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt .$$

## Ytarea av rotation

Ytarea av rotation runt  $x$ -axeln.

$$\int_a^b 2\pi g(t) \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt$$

Ytarea av rotation runt  $y$ -axeln.

$$\int_a^b 2\pi f(t) \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt$$