# M0031M, Linjär algebra och differentialekvationer

## Föreläsning 1

Ove Edlund

LTU

2016-08-29

## Ove Edlund

- **Rum:** E191
- **E-post:** ove.edlund@ltu.se

## M0031M – Linjär algebra och differentialekvationer – Kursinfo

- **Hemsida:** ltu.instructure.com
- Grovplan
- Studiematerial
- Videolektioner

## M0031M – Linjär algebra och differentialekvationer – Lektionsmaterial

- **Lektionsmaterial:** www.ltu.se/staff/j/jove

# Komplexa tal

- Imaginära talet $i$:

$$i^2 = -1$$

- Komplexa tal har en **realdel** och en **imaginärdel**:

$$z = x + i\,y$$

$z$ – komplext tal
$x$ – reellt tal, realdel ($x = \text{Re } z$)
$y$ – reellt tal, imaginärdel ($y = \text{Im } z$)

- Mängden av alla komplexa tal betecknas $\mathbb{C}$, dvs $z \in \mathbb{C}$.
- Man kan också notera komplexa tal som

$$z = (x, y)$$

# Komplexkonjugat

Givet $z = x + i\,y \in \mathbb{C}$ definieras **komplexkonjugatet** $\bar{z}$ som

$$\bar{z} = x - i\,y.$$

Komplexkonjugatet motsvarar spegling i reella axeln.

**Några egenskaper**

- $z + \bar{z} = 2\ \mathrm{Re}\ z$
- $z - \bar{z} = i\,2\ \mathrm{Im}\ z$
- $\bar{\bar{z}} = z$
- $x = \bar{x} \quad \Leftrightarrow \quad x$ reell

# Komplexkonjugat, forts

## Sats 9.4

Antag att $z_1$ och $z_2$ är komplexa tal. Då gäller

$$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

$$\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$$

# Absolutbeloppet av komplexa tal

Då $z = x + i\,y \in \mathbb{C}$, så är absolutbeloppet $|z|$ längden av vektorn $(x, y)$, dvs

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

**Viktiga samband:**

- $z\,\bar{z} = |z|^2$,
- $|\bar{z}| = |z|$

# Division mellan komplexa tal

Kvoten $\dfrac{z_1}{z_2}$ beräknas enligt

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \bar{z}_2}{z_2 \bar{z}_2} = \frac{z_1 \bar{z}_2}{|z_2|^2}.$$

Formellt sett så definieras kvoten av det $z$ som löser $z\, z_2 = z_1$, vilket uppfylls av $z = \dfrac{z_1 \bar{z}_2}{|z_2|^2}$.

# Konjugat och belopp

## Sats 9.5

Låt $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Då gäller

$$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$$

## Sats 9.6

1. $z\,\bar{z} = |z|^2$
2. $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$
3. $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

# Triangelolikheten

**Sats 9.7: Triangelolikheten**

Om $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ så gäller

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

och

$$|z_1 - z_2| \geq \big||z_1| - |z_2|\big|$$