LULEÅ TEKNISKA UNIVERSITET

Diagnostiskt test 1; M0031M

1.

a) Lös andragradsekvationen

$$z^2 - (6+i)z + 14 + 8i = 0.$$

b) Låt

$$z = i\frac{(1-i)^4}{(\sqrt{3}-3i)^5}.$$

Skriv z på polär form. (5 p)

2.

a) Finn samtliga lösningar till

$$z^5 + 32 = 0.$$

Markera lösningarna i det komplexa talplanet.

b) Bestäm ett polynom $P(z)$ av gradtal 3 och med reella koefficienter sådant att $P(3-2i) = P(2) = 0$. (5 p)

3.

a) Polynomet

$$P(z) = z^4 - 12z^3 + 62z^2 - 172z + 221$$

har ett nollställe $z = 4 - i$. Lös ekvationen $P(z) = 0$ fullständigt. Faktorisera $P(z)$ i reella faktorer med så lågt gradtal som möjligt.

b) Låt z vara ett komplext tal med $|z| = 2$, bestäm $a \in \mathbb{R}$, så att

$$\frac{z}{z^2 + a}$$

blir rent reellt. (5 p)

4.

a) Låt

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 & -4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Bestäm baser för Row$A$, Col$A$ och Nul$A$. Vad är rangen?

b) Visa att för en $m \times n$ matris B så är Nul$B$ ett underrum till $\mathbb{R}^n$. (5 p)

5. Låt $\mathcal{B} = \{1 + 2t,\ 2 - t^2,\ t + t^2\}$.

a) Visa att $\mathcal{B}$ är en bas för $\mathbb{P}_2$.

b) Bestäm koordinaterna för $p(t) = t^2$ relativt basen $\mathcal{B}$, d.v.s. bestäm $[p(t)]_{\mathcal{B}}$. (5 p)

6. Låt

$$H = \{p(t) \in \mathbb{P}_3 : p'(2) = 0\}.$$

a) Visa att H är ett underrum till $\mathbb{P}_3$.

b) Bestäm en bas för H. (5 p)