M0031M, Linjär algebra och differentialekvationer

Föreläsning 37

Ove Edlund

LTU

2016-10-19

121217 – Problem 1

Problem 1: En lösning till ekvationen

$$z^4 - z^3 + z - iz - 1 + i = 0$$

är $z = 1$. Bestäm alla lösningar och ange de på formen $re^{i\phi}$, där r är ett reellt positivt tal och $i^2 = -1$. [5 poäng]

121217 – Problem 2

Problem 2: Lös differentialekvationen

$$y' + (\ln x)\, y = xe^{-x \ln x} \quad \text{där} \quad x > 0$$

som uppfyller villkoret

$$y(b) = 0 \quad \text{för alla } b > 0.$$

[5 poäng]

121217 – Problem 3

Problem 3: Bestäm alla lösningar till

$$y''' - 4y'' + 9y' - 10y = 0$$

där en lösning är

$$y(x) = e^{2x}.$$

Ange lösningens definitionsmängd och visa med hjälp av Wronskianen att dina lösningar ger den allmänna lösningen till differentialekvationen. [5 poäng]

121217 – Problem 4

Problem 4: Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & -2 \\ 6 & 5 & 1 & 12 \\ 3 & 4 & 8 & -3 \end{pmatrix}.$$

Bestäm en **ortonormerad** bas för nollrummet till A och ange **rang** av A.

[5 poäng]

121217 – Problem 5

Problem 5: Betrakta vektorrummet P_2 av polynom av grad 2 eller mindre. Låt

$$\mathbf{p}_1(t) = 1 + t^2, \quad \mathbf{p}_2(t) = 2 - t + 3t^2, \quad \mathbf{p}_3(t) = 1 + 2t + at^2, \quad \text{där} \quad a \in \mathcal{R}.$$

a) Bestäm värde på a så att mängden

$$B = \{\mathbf{p}_1(t),\ \mathbf{p}_2(t),\ \mathbf{p}_3(t)\}$$

är en bas till P_2.

b) Bestäm B-koordinatvektor av

$$\mathbf{q}(t) = 3 + t - 2t^2,$$

dvs bestäm $[\mathbf{q}(t)]_B$, där B är basen i a).

[5 poäng]

121217 – Problem 6

Problem 6: Bestäm minstakvadratlinjen till följande punkter i $\mathcal{R}^2$:

$$\{(0,1),\ (1,3),\ (2,4),\ (3,4)\}$$

och rita denna räta linje. [5 poäng]