M0031M, Linjär algebra och differentialekvationer

Föreläsning 38

Ove Edlund

LTU

2016-10-20

121030 – Uppgift 1

Uppgift 1: Skriv Bernoulliekvationen

$$y' - y = xy^2$$

som en linjär differentialekvation med hjälp av variabelbyte

$$y(x) = \frac{1}{v(x)}$$

och bestäm den lösning till Bernoulliekvationen som uppfyller begynnelsevillkoret $y(0) = 1$.

[4 poäng]

121030 – Uppgift 2

Uppgift 2: Bestäm den allmänna lösningen till ekvationen av ordning 3

$$y''' + y = e^{2x}.$$

[6 poäng]

121030 – Uppgift 3

Uppgift 3:

a) Bestäm en inverterbar matris P och en diagonalmatris D så att

$$A = PDP^{-1},$$

där

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

b) Bestäm alla värden på k, m och n så att matrisen B är ortogonalt diagonaliserbar (du behöver inte ange diagonalmatrisen) där

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ k & m & n \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

[5 poäng]

121030 – Uppgift 4

Uppgift 4: Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Bestäm en ortogonal bas för kolonnrummet till A.

b) Bestäm ortogonalprojektionen av

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

på kolonnrummet.

[5 poäng]

121030 – Uppgift 5

Uppgift 5:

Betrakta

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 &= -1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned} \tag{1}$$

a) Visa att det givna systemet (1) saknar exakta lösningar.

b) Bestäm samtliga lösningar till systemet (1) som kan genereras med minsta-kvadratmetoden.

[5 poäng]