M0031M, Linjär algebra och differentialekvationer

Föreläsning 8

Ove Edlund

LTU

2016-09-07

Definition: nollrum

Nollrummet till en $m \times n$-matris $\mathbf{A}$, dvs $\mathrm{Nul}(\mathbf{A})$, är mängden av lösningar till den homogena ekvationen $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{0}$, dvs

$$\mathrm{Nul}(\mathbf{A}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{0}\}$$

Sats 2

Nollrummet till en $m \times n$-matris $\mathbf{A}$ är ett underrum till $\mathbb{R}^n$.

Definition: kolonnrum

Kolonnrummet till en $m \times n$-matris $\mathbf{A}$, dvs $\mathrm{Col}(\mathbf{A})$, är mängden av alla linjärkombinationer av kolonnerna i $\mathbf{A}$. Dvs om $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{a}_n \end{bmatrix}$ så är

$$\mathrm{Col}(\mathbf{A}) = \mathrm{Span}\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n\}$$

Sats 3

Kolonnrummet till en $m \times n$-matris $\mathbf{A}$ är ett underrum till $\mathbb{R}^m$.

Linjär avbildning

Definition: Linjär avbildning

En avbildning T är linjär om

1. $T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$ för alla $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ i definitionsmängden för T.
2. $T(c\,\mathbf{u}) = c\,(T(\mathbf{u}))$ för alla $\mathbf{u}$ och skalärer c.

Definitionen leder till följande egenskaper:

$$T(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$$

$$T(c\,\mathbf{u} + d\,\mathbf{v}) = c\,T(\mathbf{u}) + d\,T(\mathbf{v})$$

$$T(c_1\,\mathbf{v}_1 + c_2\,\mathbf{v}_2 + \cdots + c_p\,\mathbf{v}_p) = c_1\,T(\mathbf{v}_1) + c_2\,T(\mathbf{v}_2) + \cdots + c_p\,T(\mathbf{v}_p)$$