

Fallet dubbelrot till karakteristiska ekv.

$$r^2 + ar + b = 0$$

$$r = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

= 0 om dubbelrot

dvs  $r = -\frac{a}{2}$  om dubbelrot. Enda lösningen  
vi har är  $y_1 = e^{r \cdot x}$ . Använd variation av  
parametern

$$y = z \cdot e^{r \cdot x}$$

$$y' = z' \cdot e^{r \cdot x} + z \cdot e^{r \cdot x} \cdot r$$

$$y'' = z'' \cdot e^{r \cdot x} + z' \cdot e^{r \cdot x} \cdot r + z' \cdot e^{r \cdot x} \cdot r + z \cdot e^{r \cdot x} \cdot r^2$$

$$= z'' \cdot e^{r \cdot x} + 2z' \cdot e^{r \cdot x} \cdot r + z \cdot e^{r \cdot x} \cdot r^2$$

Insatt i  $y'' + a \cdot y' + b \cdot y = 0$  ger det

$$z'' \cdot e^{r \cdot x} + 2z' \cdot e^{r \cdot x} \cdot r + z \cdot e^{r \cdot x} \cdot r^2 + a \cdot z' \cdot e^{r \cdot x} + a \cdot z \cdot e^{r \cdot x} \cdot r + b \cdot z \cdot e^{r \cdot x} = 0$$

$$z'' + 2z' \cdot r + z \cdot r^2 + a \cdot z' + a \cdot z \cdot r + b \cdot z = 0$$

$$z'' + \underbrace{(2r + a)}_{=0} z' + \underbrace{(r^2 + a \cdot r + b)}_{=0} z = 0$$

$$z'' = 0$$

$$z' = a$$

$$z = a \cdot x + b$$

tex med  $a=1$  och  $b=0$  ser vi att

$$y_2 = (a \cdot x + b) e^{r \cdot x} = x \cdot e^{r \cdot x}$$

är ytterligare en linjärt oberoende lösning

Ger allmän lösning

$$y = A \cdot x \cdot e^{r \cdot x} + B e^{r \cdot x} = (Ax + B) e^{r \cdot x}$$