

FN Kap 2.4 (R98 – R115)

R98. Bestäm de exakta värdena på återstående trigonometriska funktioner, då

- a) $\cos \alpha = 3/5$ och α ligger i första kvadranten.
- b) $\sin \alpha = 7/25$ och α ligger i andra kvadranten.
- c) $\tan \alpha = 3$ och α ligger i tredje kvadranten
- d) $\cot \alpha = -5/12$ och α ligger i fjärde kvadranten.

R99. Bestäm exakta värden på $\sin 15^\circ$, $\cos 15^\circ$, $\tan 15^\circ$ och $\cot 15^\circ$

Ledning $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$.

R100. Förenkla följande uttryck:

- a) $\sin(60^\circ + x) - \sin(60^\circ - x)$
- b) $\cos(30^\circ - x) - \cos(30^\circ + x)$
- c) $\cos(45^\circ - x) - \sin(45^\circ + x)$
- d) $\tan(135^\circ + x) + \tan(135^\circ - x)$

R101. Bevisa följande trigonometriska formler

- a) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$
- b) $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$
- c) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- d) $\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{cases}$

R102. a) α är en vinkel i andra kvadranten, $\sin \alpha = 4/5$. Bestäm $\sin 2\alpha$ och $\cos 2\alpha$

b) $\cos \alpha = 1/3$. Bestäm $\cos 2\alpha$

c) $\tan \alpha = 3/5$. Bestäm $\tan 2\alpha$

d) α är en vinkel i tredje kvadranten, $\tan \alpha = 1/7$. Bestäm $\sin 2\alpha$ och $\cos 2\alpha$.

R103 Bevisa likheterna:

- a) $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha$
- b) $\frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \sin 2\alpha$
- c) $\frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \cos 2\alpha$

R104. Bestäm $r > 0$ och $v \in]-\pi, \pi]$, så att $a \sin x + b \cos x = r \sin(x + v)$ om

- a) $a = 1, b = \sqrt{3}$
- b) $a = -1, b = -\sqrt{3}$
- c) $a = -1, b = \sqrt{3}$
- d) $a = 1, b = -\sqrt{3}$
- e) $a = 3, b = -\sqrt{3}$
- f) $a = -4, b = -4$

R105 Använd ett av resultatet i föregående uppgift för att lösa ekvationerna

- a) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$
 - b) $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 1$
- i intervallet $x \in [0, 2\pi[$

- R106. a) Lös ekvationerna i uppgift R105a men i intervallet $]-\pi, \pi]$
b) Lös ekvationen i uppgift R105b men i intervallet $]-\pi, \pi]$

R107. Rita, med enhetscirkeln som utgångspunkt, en relevant figur som illustrerar lösningsmängden till ekvationen

- a) $\sin x = a$ b) $\cos x = a$ c) $\tan x = a$

R108. Lös ekvationen

- a) $\sin x = \sin \frac{\pi}{5}$ b) $\sin x = \frac{1}{2}$ c) $\sin x = 0$ d) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

R109 Lös ekvationen

- a) $\cos x = \cos \frac{\pi}{20}$ b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $2 \cos x = 1$ d) $\cos x = 0$

R110. Lös ekvationen

- a) $\tan x = \tan \frac{2\pi}{7}$ b) $\tan x = -\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3} \tan x = 1$
d) $\tan^2 x = 1$ (Ledning: Ekvationen är ekvivalent med $\tan x = \pm 1$)

R111. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen

- a) $\sin 3x = \frac{1}{2}$ b) $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
c) $\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ om $0 \leq x \leq \pi$

R112. Lös ekvationen genom att utnyttja att $\cos v = \sin\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$ eller $\sin v = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$.

- a) $\cos 3x = \sin 4x$ b) $\cos \frac{x}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, $x \in \left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$
c) $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

R113. Lös ekvationen

- a) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ b) $\sin^2 x = \frac{3}{4}$
c) $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$ (Sätt t.ex. först $\cos x = t$)

R114. Lös ekvationen genom att bl.a. utnyttja trigonometriska ettan.

- a) $2 \cos^2 x - \sin x = 1$ b) $\sin^2 x + \cos x = \frac{5}{4}$

R115. Lös ekvationen (Ledning: Utnyttja t.ex. formlerna för dubbla vinkeln samt trigonometriska ettan.)

- a) $\cos x \sin x = 0$
b) $\sin 2x = 2 \sin x$
c) $\cos 2x = \cos^2 x + 3 \sin x$, $x \in [-3\pi, 0[$
d) $\sin 2x = \sqrt{2} \cos x$, $x \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$

R98. a) $\sin \alpha = 4/5$, $\tan \alpha = 4/3$, $\cot \alpha = 3/4$

b) $\cos \alpha = -24/25$, $\tan \alpha = -7/24$, $\cot \alpha = -24/7$

c) $\sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$, $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$, $\cot \alpha = \frac{1}{3}$

d) $\sin \alpha = -12/13$, $\cos \alpha = 5/13$, $\tan \alpha = -12/5$

R99. $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$, $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$, $\cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$

R100. a) $\sin x$

b) $\sin x$

c) 0

d) $-2/\cos 2x$

R102. a) $\sin 2\alpha = -24/25$, $\cos 2\alpha = -7/25$

b) $-7/9$

c) $15/8$

d) $\sin 2\alpha = 7/25$, $\cos 2\alpha = 24/25$

- R104. a) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + \pi/3)$ b) $-\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x - 2\pi/3)$
c) $-\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + 2\pi/3)$ d) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x - \pi/3)$
e) $3 \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2\sqrt{3} \sin(x - \pi/6)$ f) $-4 \sin x - 4 \cos x = 4\sqrt{2} \sin(x - 3\pi/4)$
- R105. a) $\pi/2$ eller $7\pi/6$ b) $\pi/6, 7\pi/18, 5\pi/6, 19\pi/18, 3\pi/2$ eller $31\pi/18$
- R106. a) $-5\pi/6$ eller $\pi/2$ b) $-17\pi/18, -\pi/2, -5\pi/18, \pi/6, 7\pi/18$ eller 5π
- R108. a) $x = \pi/5 + 2n\pi$ eller $x = 4\pi/5 + 2n\pi, n \in Z$ b) $\pi/6 + 2n\pi$ eller $5\pi/6 + 2n\pi, n \in Z$
c) $n\pi, n \in Z$ d) $-\pi/3 + 2n\pi$ eller $4\pi/3 + 2n\pi, n \in Z$
- R109. a) $\pm\pi/20 + 2n\pi, n \in Z$ b) $\pm\pi/6 + 2n\pi, n \in Z$
c) $\pm\pi/3 + 2n\pi, n \in Z$ d) $\pi/2 + n\pi, n \in Z$
- R110. a) $2\pi/7 + n\pi, n \in Z$ b) $-\pi/3 + n\pi, n \in Z$
c) $\pi/6 + n\pi, n \in Z$ d) $\pm\pi/4 + n\pi, n \in Z$
- R111. a) $\frac{\pi}{18} + n\frac{2\pi}{3}$ eller $\frac{5\pi}{18} + n\frac{2\pi}{3}, n \in Z$
b) $-\frac{\pi}{24} + n\pi$ eller $\frac{17\pi}{24} + n\pi, n \in Z$ c) $\frac{\pi}{20}, \frac{9\pi}{20}, \frac{17\pi}{20}$
- R112. a) $\frac{\pi}{14} + \frac{2n\pi}{7}$ eller $\frac{\pi}{2} + 2n\pi, n \in Z$ b) $0, \frac{4\pi}{3}$
c) Alla reella x
- R113. a) $\frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}, n \in Z$ b) $\frac{\pi}{3} + n\pi$ eller $\frac{2\pi}{3} + n\pi, n \in Z$
c) $2n\pi$ eller $\pm\frac{\pi}{3} + 2n\pi, n \in Z$
- R114. a) $\frac{3\pi}{2} + 2n\pi, \frac{\pi}{6} + 2n\pi$ eller $\frac{5\pi}{6} + 2n\pi, n \in Z$ b) $\pm\frac{\pi}{3} + 2n\pi, n \in Z$
- R115. a) $\frac{n\pi}{2}, n \in Z$ b) $n\pi, n \in Z$
c) $0, -\pi, -2\pi, -3\pi$ d) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}$