

M0038M Differentialkalkyl, Lekt 1, H15

Staffan Lundberg

Luleå Tekniska Universitet,
Inst för teknikvetenskap och matematik

Allmän information

| | |
|-----------------------------|---|
| Kursansvarig: | Ove Edlund, TVM. |
| Telefon: | 0920-49 15 11. |
| Rum: | E191. |
| E-post: | ove.edlund@ltu.se |
| Fronter: | fronter.com/ltu |
| Examinator: | Staffan Lundberg. |
| Lärare i Luleå: | Ove Edlund |
| Lärare i Skellefteå: | Eva Lövf, tfn. 0910-585340. Magnus Fredriksson |

Mål/Förväntat studieresultat

Efter kursen skall den studerande

- ha kunskaper i och vara förtrogen med de centrala matematiska begrepp, metoder och logiska strukturer som krävs för att självständigt kunna arbeta som högskoleingenjör
- ha kunskaper om elementära funktioner och deras egenskaper
- ha kunskaper i differentialekalkyl
- ha utvecklat sin förmåga till kritisk granskning, planering och matematisk modellering
- kunna använda matematiken som ett effektivt verktyg vid fortsatta studier i matematik, naturvetenskap, teknik och ekonomi samt i yrkeslivet

Kurslitteratur, omfattning

I M0038M används

- Forsling-Neymark: *Matematisk analys en variabel*. Liber, andra upplagan, ISBN 978-91-47-10023-1,
- Forsling: *Övningar i analys i en variabel*. Matematiska institutionen, LiU. Laddas ner från Fronterrummet.

Examination

- Två *delprov*: Ett skriftligt, ett web-baserat. Max. 2 bonuspoäng.
- Skriftlig *tentamen*. Sex uppgifter.
- Maxpoäng (tentamen): 30. Gräns för betyget Godkänd: 14.
Bonuspoängen, max 2 från proppen och max 2 från delproven, räknas bara upp till godkäntgränsen, och påverkar inte resultatet för betyg 4 och 5.
- Miniräknare tillåtet hjälpmedel. **Ej formelsamling.**

Kursregistrering–Viktig Information

Du måste själv ta initiativ till kursregistrering via "MITT LTU" (<http://www.ltu.se>)



Du ska registrera dig på:

- Matematik I–Differentialkalkyl M0038M

Registreringsperioden är 31 augusti-4 september.

Kursregistrering, forts.

- När du blev antagen, fick du ett användarkonto för att kunna logga in på "MITT LTU".
- För support med användarkonto, kontakta Servicedesk
`http://servicedesk.ltu.se`, tfn 0920-49 16 64.

Att studera matematik

- Att studera matematik vid ett tekniskt universitet är en krävande sysselsättning. Plugg, utantillkunskaper, kreativitet.
- Hårt arbete utanför skoltid.
- Men erfarenheten visar att arbetet lönar sig.

Mina förväntningar som lärare

Ansvarstagande På ett universitet måste Du som student ta ansvar för Dina studier i högre grad än på gymnasiet. Planera Din tid och utgå från att arbetet på kvällar och helger blir omfattande.

Engagemang Delta regelbundet och aktivt i undervisningen.

Uppgifternas roll

Räkneuppgifterna i läroboken är inte i första hand tänkta som en kontroll på din förståelse av kursstoffet.

Uppgifternas främsta roll är att hjälpa dig att *förstå* stoffet.

- För att lyckas med dina matematikstudier är det väsentligt med hårt arbete.
- Matematik är ett övningsämne – ägna mycket tid åt problemlösningen.
- Var inte för snabb med att kolla facit.

Strategier

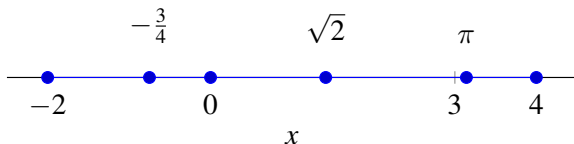
Det krävs således en stor insats och mycket arbete för att bli lyckosam matematikstudent. Här är några tips på strategier:

- **Före lektionerna:** Kom förberedd till lektionerna. Bläddra igenom det stoff som skall behandlas. Då får du en grov bild över vad du kommer att lära dig under genomgången. Aktuellt kursavsnitt hittar du i grovplanen, som finns för nedladdning.
- **Under lektionerna:** Lyssna aktivt och för anteckningar, men anteckna bara det mest nödvändiga. Många lär sig bäst när man ser, hör, tänker och skriver. Men skrivandet får bli så omfattande att det blockerar tanke och öra.

Strategier, forts.

- **Efter lektionerna:** Arbeta med kursstoffet och dina anteckningar, helst samma dag. Synka dina anteckningar med stordior och lärobok. Analysera de olika stegen i demonstrerade exempel, så att du verkligen förstår allt. Är något oklart, fråga dina kamrater eller läraren. Lös någon övningsuppgift.
- **Under räkneövningarna:** Fråga på det som är oklart. Diskutera med Dina kamrater eller med din lärare när Du kört fast.

Reella tal m.m.

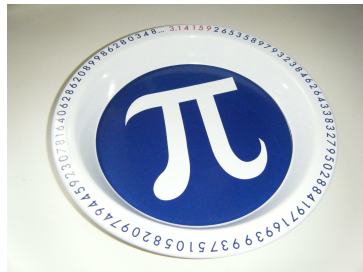


De *reella talen* \mathbb{R} består av dels av de *rationella talen* \mathbb{Q} , dels av de *irrationella talen*. Man använder ofta en tallinje för att åskådliggöra reella tal.

De rationella talen \mathbb{Q} skrivs på formen $\frac{a}{b}$, där a och $b \neq 0$ är heltal. De rationella talen har bl.a. egenskapen att deras decimalutvecklingar är periodiska.
Till de reella talen hör också alla *heltal* \mathbb{Z} , som i sig innehåller de *naturliga talen* \mathbb{N} .

Irrationella tal är tal som inte kan skrivas som en kvot mellan två heltal, exempelvis $\sqrt{2}$ och π . Deras decimalutvecklingar är inte periodiska.

Det nuvarande π -rekordet (Dec 2013) är: $12.1 \cdot 10^{12}$ decimaler, satt av Yee & Kondo, Japan. Beräkningstid: ca 94 dagar.



Bokstavsräkning

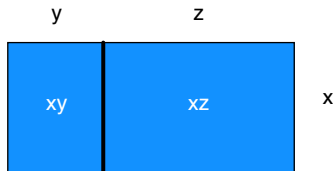
När vi manipulerar olika typer av bokstavsuttryck, använder vi oss av begrepp och metoder från *algebran*. Ordet algebra har sitt ursprung från en lärobok i ekvationslösningsföreläsning, skriven av den arabiske matematikern al-Kwarizmi (ca 750-850), betitlad *al-Jabr wa'l-muqabalah*. Det är ordet al-Jabr som via latinet har blivit vårt algebra.



Räkne regler

Distributiv lag ("Parentesmultiplikation")

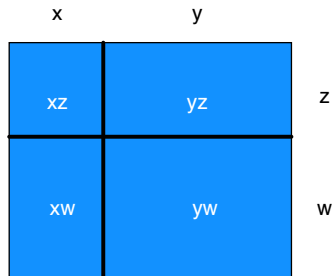
$$x(y + z) = xy + xz$$



Räkne regler, forts

Distributiv lag ("Parentesmultiplikation")

$$(x + y)(z + w) = xz + xw + yz + yw$$



Räkne regler, forts

Kvadreringsregel-1

$$(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + 2xy + y^2$$

Kvadreringsregel-2

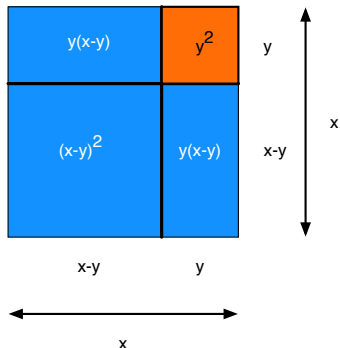
$$(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$$

Teckenbyte $-(x - y) = -x + y$

Konjugatregeln

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x - y)^2 + 2y(x - y) = \text{(Distr. lag)} \\ &= (x - y)(x - y + 2y) = (x - y)(x + y). \end{aligned}$$

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$



Exempel

Förenkla så långt som möjligt

$$\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\right) / \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$$

Svar: $x + y$

Exempel

Förenkla

$$\frac{18a^2 + 9ab - 2b^2}{18a^2 + 24ab + 8b^2} - \frac{9b}{2(9a + 6b)}.$$

Faktorisering av nämnaren:

- $18a^2 + 24ab + 8b^2 = 2(3a + 2b)^2,$
- $2(9a + 6b) = 2 \cdot 3(3a + 2b).$

Ekvationer

En ekvation innehåller en (eller flera) obekanta.

Exempel Lös

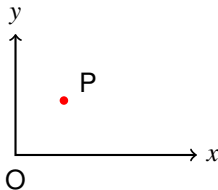
- $\frac{2x}{7} = \frac{3}{5}$
- $(3x - 6)(4x + 12) = 0$
- $4(2x - 5)^3 + 7(2x - 5)^2 = 0$

Kort om analytisk geometri

Vi har förmodligen en del kännedom om egenskaperna hos ett rätvinkligt eller *kartesiskt* koordinatsystem i planet.

Ett kartesiskt koordinatsystem består av en x -axel och en y -axel, *koordinataxlarna*, som skär varandra vinkelrätt i den gemensamma skärningspunkten O , kallad *origo*.

Med hjälp av *koordinater*, kan vi ange läget av en punkt P i planet.



Linjära funktioner

En *linjär funktion* kan skrivas med ekvationen $y = kx + m$, där

- k kallas *riktningskoefficient* och är ett måttetal för linjens lutning.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad .$$

- m anger linjens skärning med y -axeln.

Vi kallar uttrycket $y = kx + m$ *räta linjens ekvation (på k -form)*.

Räta linjens ekvation på enpunktsform

Exempel Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkten $(1, -2)$ och har riktningskoefficient -3 .

Kommentarer

En rät linje med riktningskoefficient k som går genom punkten $P_0 : (x_0, y_0)$ har ekvationen

$$y - y_0 = k(x - x_0).$$

Vi väljer godtyckligt en annan punkt $P : (x, y)$ på linjen.

Nu kan vi beskriva linjens riktningskoefficient på två sätt:

- Genom avläsning i texten,
- genom ändringskvoten $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - y_0}{x - x_0}$.

Vi kan nu bilda ekvationen

$$\frac{y - (-2)}{x - 1} = -3 \quad ,$$

vilket ger $y + 2 = (-3)(x - 1)$, dvs. $y = -3x + 1$, vilket är linjens ekvation.

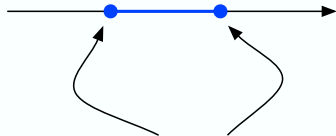
Anmärkning

- Vi kan lösa problemet genom direkt insättning i enpunktsformen. Gör det som övning.
- Alternativt kan linjens ekvation uttryckas $3x + y - 1 = 0$, den *räta linjens ekvation på standard-(normal-)form*.

Exempel Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (1,3) och (6,7).

Intervall

Ett intervall är varje sammanhängande stycke av tallinjen.

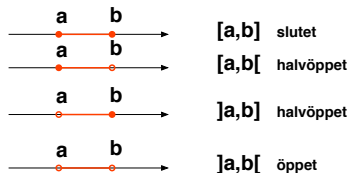


Ändpunkter

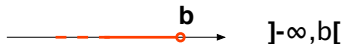
Intervallbeteckningar

Vi använder oss av speciella beteckningar och benämningar för olika intervalltyper.

Här ser vi exempel på begränsade intervall. Lägg märke till rittekniken.



För "halvbegränsade" intervall
får vi analogt



Avslutande exempel

Beskriv som ett intervall mängden av reella tal sådana att

- $-2 \leq x \leq 4$
- $0 \leq x < 1$
- $x \geq 3$