

**OBSERVERA: DENNA TENTA-
MEN GÄLLER STUDENTER PÅ
HÖGSKOLEINGENJÖRSPROGRAM**

Tentamen i Matematik I-Differentialkalkyl

Kurskod	M0038M
Tentamensdatum	2015-08-19
Skrivtid	09.00 – 14.00

Totala antalet uppgifter: 6

Betygsgränser: U:0–13, 3:14–19, 4:20–25, 5:26–30

Resultatet meddelas via Mitt LTU.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare.

*Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.
Enbart svar ger 0 poäng.*

Uppgift 1

(a) Bestäm det minsta värdet av funktionen

$$f(x) = x^2 - 6x + 12$$

(1 p)

(b) Bestäm $\tan x$ då $\cos x = -2/3$ och $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$. Exakt svar, ej närmevärde.

(2 p)

(c) Lös ekvationen

$$\ln(x^2) + \ln(x^3) = 10$$

(2 p)

Uppgift 2

Beräkna följande gränsvärden

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x - 4} - \frac{x + 2}{x + 4}$$

(1 p)

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - \sin 3x}{3x^2 + \cos x}$$

(2 p)

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$$

(2 p)

L'Hospitals regel får inte användas på ovanstående uppgifter.

Uppgift 3

För vilka x gäller olikheterna

(a)

$$\frac{1}{x} < \frac{5 - 2x}{x + 2}$$

(3 p)

(b)

$$|x - 1| < 2|x - 2|$$

(2 p)

Uppgift 4

(a) En kurva $y = y(x)$ definieras enligt

$$\tan\left(\frac{y}{2}\right) = \frac{2xy}{\pi}$$

Kurvan passerar genom punkten $(x_0, y_0) = (1, \frac{\pi}{2})$. Bestäm $y'(1)$. (2 p)

(b) Funktionen

$$f(x) = \frac{x}{\cos x}, \quad x \in]-\pi/2, \pi/2[$$

är inverterbar. Beräkna $(f^{-1})'(0)$. Exakt svar, ej närmevärde. (3 p)

Uppgift 5

(a) Beskriv Newton-Raphsons metod. Vad går den ut på? I din beskrivning bör du ha med en härledning av metoden, gärna med en illustrerande figur, samt en rekursionsformel. (2 p)

(b) Lös ekvationen

$$e^{-x^2} = \arctan\left(\frac{x}{4}\right)$$

med Newton-Raphsons metod. Använd de två olika startvärdena $x_0 = 0$ och $x_0 = 1$ och gör fem iterationer utifrån vardera startvärde. Redovisa kalkylerna på tabellform. Kontrollera dina resultat genom insättning i ekvationen. Avrunda svaret till 4 decimaler. (3 p)

Uppgift 6

Vilken punkt på kurvan $y = 1 + x^{3/2}$ ligger närmast punkten $(8, 1)$? (5 p)