



M0038M H15, Lp 1 2015

Lektion 21: Repetition, Block 2

Staffan Lundberg

Gränsvärden

Beräkna följande gränsvärden

(a)

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{2t - t^2}{t^2 + t - 6}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{4x^2}$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9x^2 + 5x} - 3x \right)$$

Kontinuitet

Betrakta

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x > 0 \\ \frac{e^{ax} - 1}{x} & , \quad x < 0 \end{cases}$$

- Bestäm konstanten a så att $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existerar.
- Hur kan man definiera f i $x = 0$ så att den utvidgade funktionen blir kontinuerlig?

Derivata

- Bestäm med derivatans definition $f'(x)$ då

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

- Givet parabeln $f(x) = x^2 - 4x - 5$. I den punkt på grafen, vars x -koordinat är 2, dras en tangent. Bestäm tangentens ekvation.
- *Poiseuilles lag* beskriver vätskeflödet F (liter/min) av en vätska genom ett cylindriskt rör med radien r . Flödet ges av

$$F = kr^4 \quad .$$

Bestäm approximativt hur stor procentuell ökning som behövs hos radien för att flödet skall ökas med 10%.

Räknerregler

- Derivera

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x - 1)^2}$$

- Derivera

$$g(t) = \tan(5 - \sin 2t)$$

- Derivera

$$x(2x + 1)^4$$

Tillämpningar

- Bestäm normalens ekvation till $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ i tangeringspunkten P med x -koordinaten $-\pi/3$.
- En kurva $y = y(x)$ definieras genom

$$x^2 + xy + y^2 = 3.$$

Kurvan passerar genom punkten $P_0 : (1, 1)$. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan i punkten P_0 .

- Funktionen

$$f(x) = 2x + \cos x$$

är inverterbar.

Beräkna $(f^{-1})'(1)$.