

**OBSERVERA: DENNA TENTA-  
MEN GÄLLER STUDENTER PÅ  
HÖGSKOLEINGENJÖRSPROGRAM**

Tentamen i Matematik I-Differentialkalkyl

Kurskod	M0038M
Tentamensdatum	2014-10-29
Skrivtid	09.00 – 14.00

Totala antalet uppgifter: 6

Betygsgränser: U:0–13, 3:14–19, 4:20–25, 5:26–30

Resultatet meddelas via Mitt LTU.

---

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare.

*Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.  
**Enbart svar ger 0 poäng.***

## Uppgift 1

Avgör om följande gränsvärden existerar och bestäm i så fall följande gränsvärden

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 7x} \quad (1 \text{ p})$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 - x + 2} + x + 1 \right) \quad (2 \text{ p})$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + x + 6}{2x^2 - 5x - 3} \quad (2 \text{ p})$$

L'Hospitals regel får inte användas på ovanstående uppgifter.

## Uppgift 2

(a) Bestäm alla lösningar till

$$\sqrt{x-2} = x-4 \quad (2 \text{ p})$$

(b) För vilka  $x$  gäller olikheten

$$\frac{x+1}{x} < 2 \quad (2 \text{ p})$$

(c) Lös ekvationen

$$9^x - 6 \cdot 3^x = 7$$

Exakt svar, ej närmevärde. (2 p)

## Uppgift 3

Bestäm ekvationer för tangenten och normalen till kurvan

$$x^3 - y^3 - xy - x - 2 = 0$$

i tangeringspunkten  $P_0 : (1, -1)$ . (5 p)

## Uppgift 4

Betrakta funktionen

$$f(x) = x^5 + 2x^3 + x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Funktionen har en invers  $f^{-1}$ . Bestäm  $(f^{-1})'(4)$ . (4 p)

## Uppgift 5

(a) Lös ekvationen

$$\cos(2x) = 3 \sin(x) + 2. \quad (4 \text{ p})$$

(b) Antag att  $f(t)$  är antalet mobilabonnemang vid tiden  $t$ . Vilket tecken (positivt eller negativt) har  $f''(t)$ , om ökningen av  $f(t)$  avtar strängt? Motivera tydligt, gärna med figur. (1 p)

## Uppgift 6

Lös en och endast en av följande uppgifter.

### Uppgift 6.1

(a) Bestäm eventuella asymptoter och eventuella lokala extrempunkter till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^2} \quad (4 \text{ p})$$

(b) Skissa funktionskurvan  $y = f(x)$  tillsammans med sina eventuella asymptoter. Markera **tydligt** eventuella lokala extrempunkter. (1 p)

### Uppgift 6.2

Bestäm den mest ekonomiska hastigheten och den minsta kostnaden för en 300 km lång transport med lastbil under följande förutsättningar:

- Chaufförens lön är 201 kr/h.
- Olja och drivmedel kostar 12 kr/l.
- Vid hastigheten  $v$  km/h förbrukar lastbilen  $\left(2 + \frac{v^2}{300}\right)$  liter olja och drivmedel per timme.
- Vidare antas att  $60 \leq v \leq 90$ .

(5 p)