

**OBSERVERA: DENNA TENTA-
MEN GÄLLER STUDENTER PÅ
HÖGSKOLEINGENJÖRSPROGRAM**

Tentamen i Matematik I-Differentialkalkyl

Kurskod	M0038M
Tentamensdatum	2013-03-26
Skrivtid	09.00 – 14.00

Totala antalet uppgifter: 6

Betygsgränser: U:0–13, 3:14–19, 4:20–25, 5:26–30

Resultatet meddelas på studentportalen. Tentamensresultatet meddelas tidigast 15 arbetsdagar efter tentamensdatum.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare.

Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.

Uppgift 1

Bestäm följande gränsvärden

(a)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \tan x}{x}$$
 (1 p)

(b)
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 100} - x)$$
 (1 p)

(c)
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$$
 (1 p)

(d)
$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x) \ln x$$
 (2 p)

Uppgift 2

(a) Beräkna $\sin 2v$ och $\cos 2v$ om $\tan v = \frac{1}{4}$ (2 p)

(b) Beräkna $\tan \left(2 \arctan \frac{1}{4} \right)$ (1 p)

(c) Beräkna $f'(x)$ om $f(x) = \cosh x = (e^x + e^{-x})/2$ (1 p)

Uppgift 3

(a) För vilka $x > -1$ gäller olikheten

$$\ln 2 + \ln(x^2 + 1) < \ln(x + 1) + \ln(x + 2)$$
 (2 p)

(b) Lös ekvationen

$$\sqrt{2x^2 - 1} = 2x - 3$$
 (2 p)

(c) För vilka x gäller olikheten

$$\frac{x + 1}{x + 3} < \frac{1}{|x - 1|}$$
 (2 p)

Uppgift 4

- (a) Bestäm eventuella asymptoter samt eventuella lokala extrempunkter för den kurva som ges av funktionen

$$f(x) = x - 2 \arctan x$$

(3 p)

- (b) Skissa funktionskurvan $y = f(x)$, tillsammans med sina eventuella asymptoter och lokala extrempunkter.

(2 p)

Uppgift 5

Funktionen $\sinh x = (e^x - e^{-x})/2$ har en invers funktion $g(x)$.

- (a) Lös ekvationen $\sinh x = 3/4$. (3 p)

- (b) Beräkna $g'(3/4)$. (2 p)

Uppgift 6

En välgjord strut kan beskrivas som en rät cirkulär kon. Volymen V av en kon med höjden h och en cirkelskiva med radien r som bas ges av formeln $V = \pi r^2 h / 3$.

Skär man upp struten med en rät linje från spetsen till basen och vecklar ut så får man en cirkelsektor.

Bestäm den maximala volymen för en strut om längden av den uppskurna kanten är R .

(5 p)

Svar, M0038M, 130326

Uppgift 1

- (a) 1
- (b) -2
- (c) 5
- (d) 0

Uppgift 2

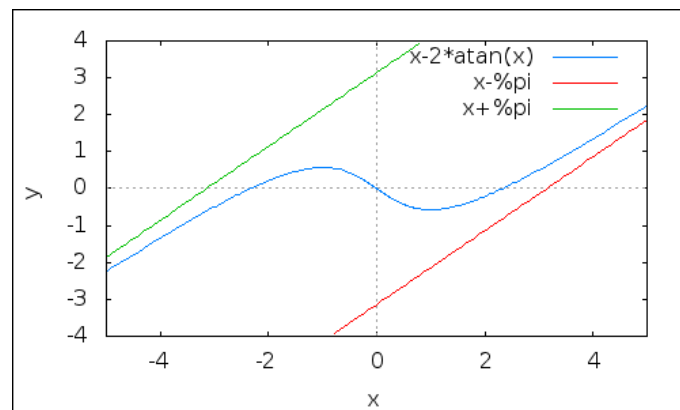
- (a) $\sin 2v = 8/17$, $\cos 2v = 15/17$
- (b) $\tan 2v = 8/15$
- (c) $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Uppgift 3

- (a) $0 < x < 3$
- (b) $x = 5$ ($x = 1$ är falsk)
- (c) $-3 < x < \frac{\sqrt{17} + 1}{2}$

Uppgift 4

- (a) Lok max för $x = -1$, lok min för $x = 1$. Asymptoter: sned $y = x \pm \pi$.
- (b)



Uppgift 5

(a) $x = \operatorname{arcsinh}\left(\frac{3}{4}\right) = \ln(2)$

(b) $\frac{4}{5}$

Uppgift 6

$$V_{max} = \frac{2\pi R^3}{9\sqrt{3}}$$

Maximal volym vid $h = \frac{R}{\sqrt{3}}$