



27 februari 2015

EXTRAÖVNINGAR

till

M0039M

Staffan Lundberg

Uppgifter

1. Bestäm Laplacetransformen till

(a) t^5

(b) $\cos(3t)$

(c) $3\cos(2t) - 8e^{-2t}$

(d) te^t

(e) $t^2\sin(t)$

(f) $t\cos(3t)$

(g) t^2e^{3t+4}

(h) $e^{3t}\cos(4t)$

(i) $g(t) = \frac{e^t - 1}{t}$ (Tips: Bestäm först L-transformen till $t \cdot g(t)$.)

2. Vilken funktion har följande funktion som Laplacetransform?

(a) $\frac{1}{s^2 + 4}$

(b) $\frac{4}{(s - 1)^2}$

(c) $\frac{s + 1}{s^2 + 4s + 4}$

(d) $\frac{1}{s^3 + 3s^2 + 2s}$

(e) $\frac{s + 3}{s^2 + 4s + 7}$

(f) $\frac{s}{(s^2 + 9)^2}$

(g) $\frac{e^{-2s}}{(s - 1)(s + 3)}$

(h) $\frac{s}{(s + 1)^2} + \frac{e^{-s}}{s}$

(i) $\ln\left(\frac{s + 3}{s + 2}\right)$ (Tips Derivera först)

3. Lös följande begynnelsevärdesproblem med Laplacetransformering.

(a) $y'' + 2y' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$

(b) $y'' + 2y' + y = \sin(t), y(0) = 1, y'(0) = 0$

(c) $y'' - 9y = -8e^t, y(0) = 1, y'(0) = 10$

(d) $y'' + y = 3 \cos(2t), y(0) = y'(0) = 0$

(e) $y'' + 9y = \Theta(t - 1), y(0) = 0, y'(0) = 0$

4. Bestäm med Laplacetransformering (* är faltningsoperatörn)

(a) $e^{at} * e^{bt}, a \neq b$

(b) $t * \cos(2t)$

(c) $\sin(at) * \cos(bt), a \neq b$

Svar (förbehåll för ev. fel)

1. (a) $\frac{120}{s^6}$
 - (b) $\frac{s}{s^2 + 9}$
 - (c) $\frac{3s}{s^2 + 4} - \frac{8}{s + 2}$
 - (d) $\frac{1}{(s - 1)^2}$
 - (e) $\frac{8s^2}{(s^2 + 1)^3} - \frac{2}{(s^2 + 1)^2}$
 - (f) $\frac{2s^2}{(s^2 + 9)^2} - \frac{1}{s^2 + 9}$
 - (g) $\frac{2e^4}{(s - 3)^3}$
 - (h) $\frac{s - 3}{s^2 - 6s + 25}$
 - (i) $\ln(s) - \ln(s - 1)$ då $s > 1$
2. (a) $\frac{\sin(2t)}{2}$
 - (b) $4te^t$
 - (c) $e^{-2t} - te^{-2t}$
 - (d) $-e^{-t} + \frac{e^{-2t}}{2} + \frac{1}{2}$
 - (e) $e^{-2t} \left(\frac{\sin(\sqrt{3}t)}{\sqrt{3}} + \cos(\sqrt{3}t) \right)$
 - (f) $\frac{t \sin(3t)}{6}$
 - (g) $\Theta(t - 2) \left(\frac{e^{t-2} - e^{-3t+6}}{4} \right)$
 - (h) $e^{-t} - te^{-t} + \Theta(t - 1)$
 - (i) $\frac{e^{-2t} - e^{-3t}}{t}$

3. (a) $y = (1 + 2t)e^{-t}$
(b) $y = \frac{3}{2}(1 + t)e^{-t} - \frac{1}{2}\cos(t)$
(c) $y = e^{3t} - 2e^{-3t} + e^t$
(d) $y = \cos(t) - \cos(2t)$
(e) $y = \frac{\Theta(t-1)}{9}(1 - \cos 3(t-1))$
4. (a) $\frac{1}{a-b}(e^{at} - e^{bt})$
(b) $\frac{1}{4}(1 - \cos(2t))$
(c) $\frac{a}{b^2 - a^2}(\cos(at) - \cos(bt))$