

**OBSERVERA: DENNA TENTAMEN  
GÄLLER STUDENTER PÅ HÖGSKOLE-  
INGENJÖRSPROGRAM**

Tentamen i Matematik III Differentialekvationer, komplexa tal och transformteori

Kurskod	M0039M
Tentamensdatum	2015-08-25
Skrivtid	09.00-14.00

Totala antalet uppgifter: 6, max 30 p

Betygsgränser: U:0–13, 3:14–19, 4:20–25, 5:26–30.

Resultatet meddelas via Mitt LTU.

---

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare. Bifogad tabell.

*Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.  
**Enbart svar ger 0 poäng.***

## Uppgift 1

(a) Polynomet  $P(z) = z^4 - 5z^3 + 7z^2 + 3z - 10$  har ett nollställe i  $z_1 = 2 - i$ , dvs  $P(2 - i) = 0$ . Finn alla nollställen till polynomet. (3 p)

(b) Finn samtliga rötter till  $z^3 = 8$ . (2 p)

## Uppgift 2

(a) Bestäm lösning till

$$y' + 2xy = 2x$$

som uppfyller  $y(0) = 3$ . Laplacetransform får ej användas. (2 p)

(b) Bestäm allmän lösning till

$$y'' + 2y' + 5y = 10x + 9$$

Laplacetransform får ej användas. (3 p)

## Uppgift 3

(a) Bestäm konvergensradien till potensserien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{k} \left(\frac{2}{5}\right)^k x^k$$

(3 p)

(b) Använd Maclaurinutveckling för att bestämma gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\ln(1+x) - \sin x} \quad (2 \text{ p})$$

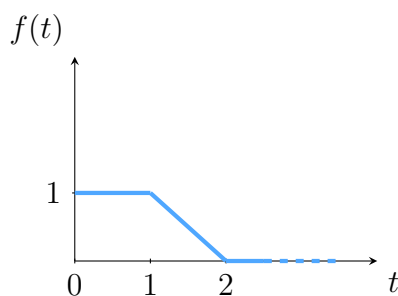
## Uppgift 4

(a) Bestäm en funktion  $f(t)$ ,  $t \geq 0$ , med Laplacetransformen

$$F(s) = \frac{1}{s^3} + \frac{1}{s^2 + 2s + 10}$$

(3 p)

(b) Bestäm Laplacetransformen för funktionen  $f(t)$ ,  $t \geq 0$ , vars graf är avbildad i nedanstående figur.



(3 p)

## Uppgift 5

I en brydreaktor omvandlas icke-klyvbara isotoper till klyvbara, vanligen  $^{238}_{92}\text{U}$  (uran-238) till  $^{239}_{94}\text{Pu}$  (plutonium-239).

Efter en *halveringstid* återstår 50 % av den ursprungliga mängden klyvbar isotop.

Bestäm halveringstiden hos plutonium-239, under följande förutsättningar:

- Sönderfallshastigheten hos plutonium-239 är proportionell mot den kvarvarande mängden plutonium-239,
- Efter 15 års reaktordrift vet man att 0.043% av den ursprungliga mängden plutonium-239 har sönderfallit.

(5 p)

## Uppgift 6

Lös med Laplacetransformation integralekvationen

$$y(t) = 3t^2 - e^{-t} - \int_0^t y(x)e^{t-x} dx$$

(5 p)

# Svar, M0039M, 150825

Förbehll för ev. fel.

## Uppgift 1

(a)  $z_1 = 2 - i, z_2 = 2 + i, z_3 = 2, z_4 = -1$

(b)  $z = \sqrt{3}i - 1, z = -\sqrt{3}i - 1, z = 2$

## Uppgift 2

(a)  $y = 2e^{-x^2} + 1$

(b)  $y = C_1 e^{-x} \sin(2x) + C_2 e^{-x} \cos(2x) + 2x + 1$

## Uppgift 3

(a)  $\frac{5}{2}$

(b) 1

## Uppgift 4

(a)  $f(t) = \frac{e^{-t} \sin(3t)}{3} + \frac{t^2}{2}$

(b)  $F(s) = -\frac{e^{-s}}{s^2} + \frac{e^{-2s}}{s^2} + \frac{1}{s}$

## Uppgift 5

$T_{1/2} \approx 24100$  år (ca 24174 år)

## Uppgift 6

$y(t) = -2e^{-t} - t^3 + 3t^2 + 1$