

**OBSERVERA: DENNA TENTAMEN
GÄLLER STUDENTER PÅ HÖGSKOLE-
INGENJÖRSPROGRAM**

Tentamen i Matematik III Differentialekvationer, komplexa tal och transformteori

Kurskod	M0039M
Tentamensdatum	2015-05-16
Skrivtid	09.00-14.00

Totala antalet uppgifter: 6, max 30 p

Betygsgränser: U:0–13, 3:14–19, 4:20–25, 5:26–30.

Resultatet meddelas via Mitt LTU.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare. Bifogad tabell.

*Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.
Enbart svar ger 0 poäng.*

Uppgift 1

(a) Bestäm alla komplexvärda z som uppfyller ekvationen

$$z^2 - (2 + 2i)z + 5 - 10i = 0 \quad (4 \text{ p})$$

(b) Bestäm $|z|$ då

$$z = \frac{2(1-i)}{1+i} e^{i(\pi/6)} \quad (1 \text{ p})$$

Uppgift 2

(a) Bestäm allmän lösning till

$$y'' + 4y' + 3y = 2 \sin(x) + 4 \cos(x).$$

Uppgiften ska lösas utan att använda Laplacetransform. (3 p)

(b) Lös, för $x > -1$, begynnelsevärdesproblemet

$$(1+x)y' + y = 0, \quad y(0) = 4. \quad (3 \text{ p})$$

Uppgift 3

(a) Avgör om följande serie är konvergent

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n!} \quad (3 \text{ p})$$

(b) Använd Maclaurinutveckling för att bestämma gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{-x} - \sin x}{x^2} \quad (2 \text{ p})$$

Uppgift 4

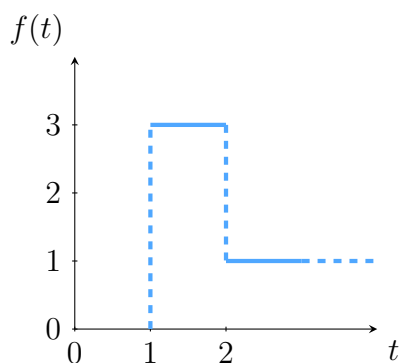
(a) Bestäm en funktion $f(t)$, $t \geq 0$, med Laplacetransformen

$$F(s) = \frac{3s + 10}{s^2 + 4s + 20}$$

(2 p)

(b) Bestäm Laplacetransformen för funktionen $f(t)$

vars graf är avbildad i nedanstående figur.



(2 p)

Uppgift 5

Lös med Laplacetransformation begynnelsevärdesproblemet

$$y' + 2y = 9t \cdot e^t, \quad y(0) = 1.$$

(5 p)

Uppgift 6

Hur lång tid tar det för en iskub att smälta?

Förutsättningar:

- Kubens geometri förblir oförändrad under hela smältförloppet,
- Kubens volym avtar med en hastighet som är proportionell mot dess totala begränsningsyta,
- Kuben förlorar en fjärdedel av dess ursprungliga volym under den första timmen av smältförloppet.

(5 p)

Svar, M0039M, 150516

Förbehåll för ev. fel.

Uppgift 1

(a) $z_1 = 3 + 4i, z_2 = -1 - 2i$

(b) 2

Uppgift 2

(a) $y = A e^{-x} + B e^{-3x} + \sin(x)$

(b) $y = \frac{4}{x+1}$

Uppgift 3

(a) Konvergent

(b) -1

Uppgift 4

(a) $f(t) = e^{-2t} (\sin(4t) + 3 \cos(4t))$

(b) $F(s) = \frac{3e^{-s}}{s} - \frac{2e^{-2s}}{s}$

Uppgift 5

$$y = (3t - 1)e^t + 2e^{-2t}$$

Uppgift 6

$$T = \frac{4^{\frac{1}{3}}}{4^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{1}{3}}} \approx 11 \text{ tim}$$