

Matematik III M0039M, Lp 3 2012

Tillägg

Staffan Lundberg

Luleå Tekniska Universitet

22 februari 2012

Extra: Om kvadratkomplettering

Utgående ifrån kvadreringsregeln

$$(s + a)^2 = s^2 + 2as + a^2$$

kan vi skriva

$$s^2 + 2as = (s + a)^2 - a^2 \quad (\text{Jämn kvadrat plus/minus en konstant})$$

Vi genomför en s.k. [kvadratkomplettering](#).

Exempel

Kvadratkomplettera $s^2 + 4s + 3$.

$$s^2 + 4s + 3 = (s + a)^2 + b \quad (\text{Kvadraten kompletteras})$$

$$s^2 + 4s + 3 = s^2 + 2as + a^2 + b \quad (\text{Leder till ett ekvationssystem})$$

$$\begin{cases} 2a = 4 & (\text{Koeff. för } s) \\ a^2 + b = 3 & (\text{Konstanter}) \end{cases}$$

Vi har att $a = 2$, $b = 3 - a^2 = -1$, dvs. $s^2 + 4s + 3 = (s + 2)^2 - 1$.

Läs (och lös) på egen hand

Kvadratkomplettera $3s^2 - 9s + 6$.

$$3s^2 - 9s + 6 = 3(s^2 - 3s + 2) \quad (\text{Alltid koeff. 1 framför } s^2)$$

$$s^2 - 3s + 2 = (s + a)^2 + b$$

$$s^2 - 3s + 2 = s^2 + 2as + a^2 + b$$

$$\begin{cases} 2a = -3 & (a = -3/2) \\ a^2 + b = 2 & (b = 2 - a^2 = -1/4) \end{cases}$$

Svar: $3s^2 - 9s + 6 = 3\left(\left(s - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right) = 3\left(s - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$.