

Matematik III M0039M, Lp 3 2012

Tillägg

Staffan Lundberg

Luleå Tekniska Universitet

17 februari 2012

Om partialbråksuppdelning

Det rationella uttrycket

$$\frac{p(x)}{q(x)}$$

skall partialbråksuppdelas.

Observera

- Täljaren $p(x)$ skall ha lägre gradtal än nämnaren $q(x)$. Om så inte är fallet måste man polynomdividera.
- Nämnaren är faktoriserad i reella första- eller irreducibla andragsgradsfaktorer.

Ansatser

Var och en av de olika faktorerna i nämnaren ger upphov till partialbråksansats enligt tabellen.

Partialbråksansatser	
Faktor i nämnaren	Ger upphov till partialbråken
$x - a$	$\frac{A}{x - a}$
$(x - a)^n$	$\frac{A_1}{x - a} + \frac{A_2}{(x - a)^2} + \dots + \frac{A_n}{(x - a)^n}$
$x^2 + ax + b$	$\frac{Ax + B}{x^2 + ax + b}$
$(x^2 + ax + b)^n$	$\frac{A_1x + B_1}{x^2 + ax + b} + \frac{A_2x + B_2}{(x^2 + ax + b)^2} + \dots + \frac{A_nx + B_n}{(x^2 + ax + b)^n}$

Exempel

Partialbråksuppdelning

$$\frac{1}{t^2 + t}$$

$$\frac{1}{t^2 + t} = \frac{1}{t(t+1)} \quad (\text{Faktorisera nämnaren})$$

$$\frac{1}{t(t+1)} = \frac{A}{t} + \frac{B}{t+1} \quad (\text{Ansats})$$

$$\frac{A(t+1) + Bt}{t(t+1)} = \frac{t(A+B) + A}{t(t+1)} \quad (\text{Liknämigt})$$

Balansräkning

$$A + B = 0 \quad (\text{Koeff för } t)$$

$$A = 1 \quad (\text{Konstanter})$$

d.v.s. $A = 1$ och $B = -1$. Vi får: $\frac{1}{t^2 + t} = \frac{1}{t} + \frac{(-1)}{t+1}$

Partialbråksuppdelning

$$\frac{2x^2 + x + 3}{x^2(x^2 + x + 1)}$$

Lösningsskiss

$$\frac{2x^2 + x + 3}{x^2(x^2 + x + 1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + x + 1} \quad (\text{Ansats})$$

Efter lite pyssel får man $A = -2$, $B = 3$, $C = 2$ och $D = 1$.

Svar: $\frac{2x^2 + x + 3}{x^2(x^2 + x + 1)} = \frac{(-2)}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$

Övningar (Svar nästa dia)

Partialbråksuppdelning

(a) $\frac{x + 1}{x^2 + 5x + 6}$

(b) $\frac{2x + 5}{(x + 2)^2(x + 3)}$

(c) $\frac{s + 5}{s^2(1 + s^2)}$

$$(a) \frac{x+1}{x^2+5x+6} \quad (\text{Svar } \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x+2})$$

$$(b) \frac{2x+5}{(x+2)^2(x+3)} \quad (\text{Svar } -\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{(x+2)^2})$$

$$(c) \frac{s+5}{s^2(1+s^2)} \quad (\text{Svar } \frac{-s-5}{s^2+1} + \frac{1}{s} + \frac{5}{s^2})$$