$\boxed{\text{Serier}}$ – oändliga summor

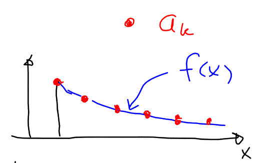
$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots \quad \begin{cases} \text{konvergerar?} \\ \text{divergerar?} \end{cases}$$

Villkor för konvergens (nödvändigt, men inte tillräckligt villkor för att avgöra konvergens.)

- Termerna, a_k, avtagande, går mot noll
  $\boxed{a_k \to 0}$ då $k \to \infty$

4 Metoder (kriterier) för att avgöra konvergens:

för positiva serier, $a_k \geq 0$

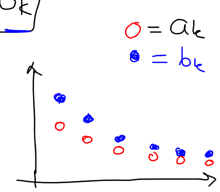


① Integralkriteriet:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \text{ konv.} \iff \int_1^{\infty} f(x)\,dx \text{ konv.}$$

$$\text{div} \iff \text{div.}$$

② Jämförelsekriteriet. $\boxed{0 \leq a_k \leq b_k}$



a) $\sum b_k$ konv. $\Rightarrow$ $\sum a_k$ konv.
(större) (mindre)

b) $\sum a_k$ div. $\Rightarrow$ $\sum b_k$ div.

Jfr. med p-serie: $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^p} = \begin{cases} \text{konv. om } p > 1 \\ \text{div. f.ö.} \end{cases}$

(p = fix exponent)

Geometrisk serie: $\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \begin{cases} \text{konv. mot } \frac{1}{1-x} \text{ om } |x|<1 \\ \text{div. f.ö.} \end{cases}$

(konstant kvot = x)

---

③ Kvotkriteriet

$$\rho = \lim_{k\to\infty} \frac{a_{k+1}}{a_k}$$

- Om $|\rho| < 1$ är $\sum a_k$ konvergent
- om $|\rho| > 1$ " divergent.
- om $\rho = \pm 1$ kan konv./div inte avgöras med kvotkriteriet.

④ Rotkriteriet.

$$\sigma = \lim_{k\to\infty} (a_k)^{\frac{1}{k}} = \lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{a_k}$$

- Om $0 \leq \sigma < 1$ är $\sum a_k$ konv.
- Om $\sigma > 1$ är serien div.
- $\sigma = 1$; konv./div kan ej avgöras med rotkriteriet.