LULEÅ TEKNISKA UNIVERSITET
Institutionen för teknikvetenskap och matematik

Ämneskod	M0043M
Tentamensdatum	2011–03–15
Skrivtid	9.00–14.00

Tentamen i **Matematik II - Integralkalkyl och linjär algebra**.

Antal uppgifter: 6 (5 poäng per uppgift).
Betygsgränser: 0–13=U, 14–19=3, 20–25=4, 26– =5.

Resultatet meddelas: För att se när den rättade skrivningen kan hämtas ut, besök `http://www.ltu.se/studentwebben/`.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. ***Enbart svar ger 0 poäng****.*

---

1. (a) Beräkna

$$\int_{0}^{\pi/2} x \cos x \, dx.$$

Exakt svar, inget närmevärde.

(b) Ett område D i planet innesluts av kurvan $y = x^2 - 2$ och linjen $y = x$.

(I) Rita en figur över området D.

(II) Beräkna arean av området D. Exakt svar, inget närmevärde.

2. **Lös en och endast en av följande tre alternativa uppgifter.**

Alternativ 2.1.

Beräkna det kortaste avståndet mellan punkten $P : (-1, 5)$ och linjen $L : 4x + 3y - 4 = 0$. Exakt svar, inget närmevärde.

Alternativ 2.2.

Bestäm ekvationen för planet genom punkterna $(1, 2, 3)$, $(1, 1, 1)$ och $(2, -1, 0)$.

Alternativ 2.3.

Approximera integralen

$$\int_{0}^{2} e^{\sin x} \, dx$$

med trapetsregeln, steglängd $h = 0.5$. Svaret avrundas till 3 decimaler.

OBS: x i radianer!

3. När man löser systemet

$$\begin{cases} x - y + 3z = 2 \\ x + py + 4z = p \\ x - y + pz = 2 \end{cases}$$

inser man snabbt att antalet lösningar bestäms av de värden som konstanten p kan anta.

   (a) Bestäm det eller de värden på konstanten p som gör att systemet har oändligt många lösningar.

   (b) Lös systemet för detta eller dessa p-värden.

4. Bestäm samtliga primitiva funktioner till

$$\int \frac{\sin\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\,dx$$

5. Antag att

$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} r & 1 & 1 \\ 0 & r & 2r \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

   (a) För vilka tal r är matrisen A inverterbar?

   (b) Bestäm inversen A^{-1} då $r = -1$.

6. Kurvan $y = \dfrac{1}{1+x}$, positiva koordinataxlarna och linjen $x = u$ där $u > 0$, begränsar tillsammans ett område.

   (a) Rita en figur över detta område.

   (b) Låt nu området rotera kring x-axeln. Då bildas en rotationskropp med volymen $V(u)$. Bestäm denna volym. Svaret skall vara ett funktionsuttryck som beror av u.

   (c) Bestäm

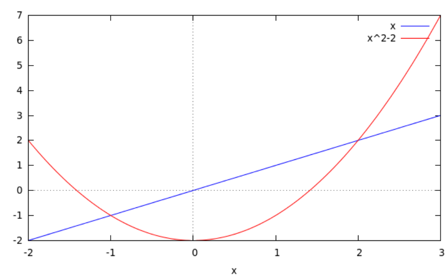
$$\lim_{u\to\infty} V(u).$$

   Exakt svar, inget närmevärde.

Svar Tentamen M0043M 2011-03-15 (förbehåll för ev. fel).

1. (a) $\pi/2 - 1$

   (b) (I)



   (II) $9/2$

2.

Alternativ 2.1.

$d = 7/5$

Alternativ 2.2.

$3x + 2y - z + 4 = 0$

Alternativ 2.3.

$I \approx 4.194$

3. (a) $p = 3, \quad p = -1$ är lösningar till $\det \mathsf{A} = 0$

   (b) $p = 3: \quad x = 9/4 - 13t/4, \quad y = 1/4 - t/4, \quad z = t$. För $p = -1$ saknas lösningar.

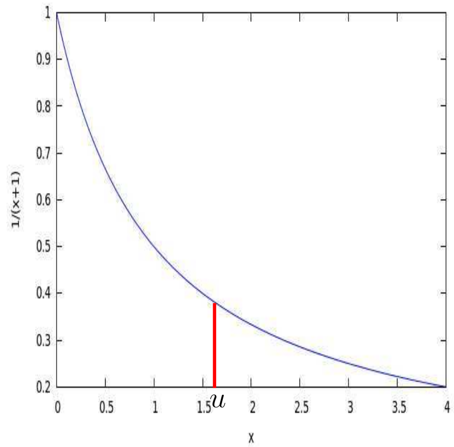
4. $-2\cos\sqrt{x} + C, \quad C \in \mathbb{R}$

5. (a) $r \neq 0, 1$

   (b)

$$\mathsf{A}^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

6. (a)



(b) $V(u) = \pi\left(1 - \dfrac{1}{u+1}\right)$

(c) π