

Tentamen i Matematik II–Integralkalkyl och linjär algebra

Kurskod	M0043M
Tentamensdatum	2011-12-20
Skrivtid	09.00 – 14.00

Totala antalet uppgifter: 6

Betygsgränser: U:0–13, 3:14–19, 4:20–25, 5:26–30.

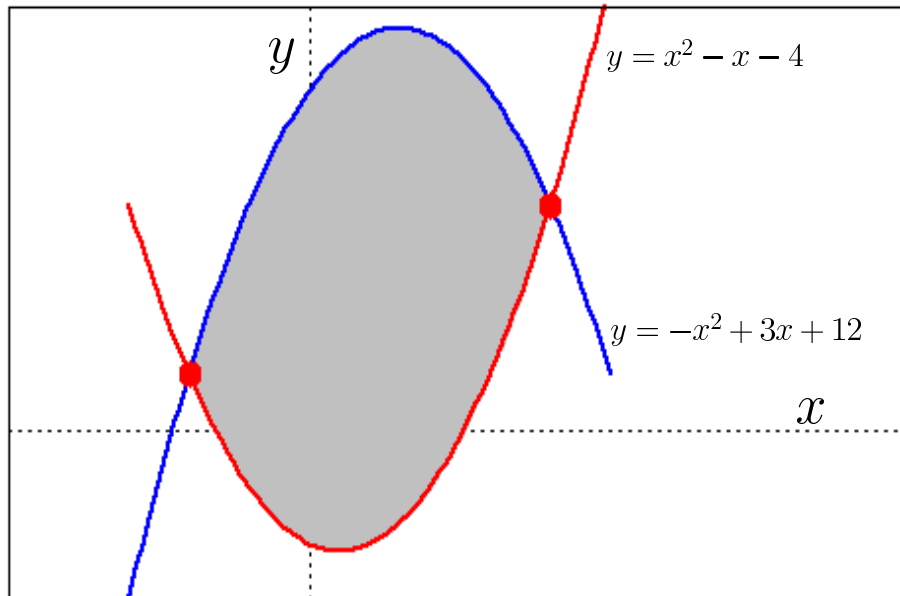
Resultatet meddelas på studentportalen. Via studentwebben kan man få information om när skrivningen finns att hämta ut på studenttorget.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare.

Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.

Uppgift 1

- (a) Beräkna arean mellan kurvorna $y = x^2 - x - 4$ och $y = -x^2 + 3x + 12$.



Exakt svar, ej närmevärde.

(3 p)

- (b) Bestäm **samtliga** primitiva funktioner till

$$f(x) = \frac{\sin(\ln x)}{x}$$

(2 p)

Uppgift 2

Bestäm matrisen X som löser matrisekvationen

$$AX - B = I, \quad \text{där}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix},$$

och I är enhetsmatrisen av typ 2×2 .

(5 p)

Uppgift 3

Betrakta ekvationssystemet

$$(1) \quad \begin{cases} x + 2y + az = 6 \\ 2x + ay + 8z = 12 \\ ax - 2y = 0 \end{cases}$$

- (a) Ange villkor på det reella talet a så att systemet (1) får entydig lösning. (3 p)
- (b) Ange lösningen till systemet (1) i det eller de fall då det finns oändligt många. (2 p)

Uppgift 4

Ett plan går genom punkterna $(3, 0, 1)$, $(4, 1, 0)$ och $(1, 4, -1)$.

- (a) Bestäm en ekvation för planet. (2 p)
- (b) Beräkna avståndet från punkten $Q = (-1, 4, 2)$ till planet. Exakt svar, ej närmevärde. (3 p)

Uppgift 5

Bestäm

$$\int_{-1}^0 \frac{6x + 7}{(x + 2)^2} dx$$

Exakt svar, ej närmevärde. (5 p)

Uppgift 6

Lös en och endast en av följande uppgifter.

Uppgift 6.1

Beräkna

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx. \quad (5 \text{ p})$$

Uppgift 6.2

Om kurvan

$$y = a^2 \cdot e^{ax}, \quad 0 \leq x \leq 2,$$

bringas i rotation kring y -axeln, bildas en rotationskropp. Bestäm det reella talet a så att rotationskroppens volym blir 2π . Exakt svar, ej närmevärde. (5 p)