

**OBSERVERA: DENNA TENTA-  
MEN GÄLLER STUDENTER PÅ  
HÖGSKOLEINGENJÖRSPROGRAM**

Tentamen i Matematik II–Integralkalkyl och  
linjär algebra

Kurskod	M0043M
Tentamensdatum	2012-03-13
Skrivtid	09.00 – 14.00

Totala antalet uppgifter: 6

Betygsgränser: U:0–13, 3:14–19, 4:20–25, 5:26–30.

Jourhavande: Staffan Lundberg

Resultatet meddelas på studentportalen. Tentamensresultatet meddelas tidigast 15 arbetsdagar efter tentamensdatum.

---

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare.

*Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.*

## Uppgift 1

Givet punkten  $P = (1, 1, 1)$  och planet  $\Pi : x + 2y + 3z + 8 = 0$ .

(a) Ange ekvationen för den linje  $L$  som går genom punkten  $P$  och är vinkelrät mot planet  $\Pi$ . (1p)

(b) Ange koordinaterna för skärningspunkten  $Q$  mellan planet  $\Pi$  och linjen  $L$ . (1p)

(c) Bestäm avståndet mellan punkten  $P$  och planet  $\Pi$ .  
Exakt svar, ej närmevärde. (2p)

## Uppgift 2

(a) Bestäm

$$\int \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1} dx \quad (3 \text{ p})$$

(b) Beräkna

$$\int_0^{\pi} 2x \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx.$$

Exakt svar, ej närmevärde. (3 p)

## Uppgift 3

(a) Bestäm ekvationen för skärningslinjen  $L$  mellan de två planen

$$2x + 3y + 4z - 13 = 0 \quad \text{och} \quad x + 2y + 3z - 8 = 0.$$

(3p)

(b) En kropp ska förflyttas från punkten  $A = (0, -2)$  till punkten  $B = (4, 1)$  under inverkan av kraften  $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Bestäm kraftens komponent i förflyttningsriktningen.

**Tips** Vinkelrät projektion. (2p)

## Uppgift 4

Betrakta ekvationssystemet

$$(1) \quad \begin{cases} x + 2y + pz = 1 \\ py + z = 1 \\ -x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

(a) Bestäm, med hjälp av determinanter, alla värden på parametern  $p$  som gör att systemet (1) får oändligt många lösningar. (2 p)

(b) Lös systemet (1) fullständigt för alla så erhållna värden på  $p$ . (3 p)

## Uppgift 5

Betrakta området  $D$ , begränsat av  $f(x) = \tan x$ , positiva  $y$ -axeln samt linjen  $y = \sqrt{3}$ .

(a) Rita en figur över området  $D$ . (1p)

(b) Bestäm arean av området  $D$ . Exakt svar, ej närmevärde. (4p)

## Uppgift 6

Lös en och endast en av följande uppgifter.

### Uppgift 6.1

Funktionen  $f(x) = e^{-x^2}$ ,  $x \geq 0$ , utgör ena halvan av en förenklad variant av en normalfördelningskurva (vilken som bekant är symmetrisk kring  $y$ -axeln).

(a) Bestäm volymen  $V(X)$  som genereras då området begränsat av  $f(x)$ , positiva  $x$ -axeln, positiva  $y$ -axeln och linjen  $x = X$  roterar kring  $y$ -axeln. Svaret skall anges som en funktion av  $X$ . (4p)

(b) Bestäm

$$\lim_{X \rightarrow \infty} V(X). \quad (1p)$$

### Uppgift 6.2

Approximera

$$\int_0^{0.9} \sqrt{2 + \sin(\pi x)} dx$$

med trapetsregeln, steglängd  $h = 0.3$ . Svara med 3 decimaler. (5p)

## M0043M, 120313 - Svar

Förbehåll för ev. fel.

### Uppgift 1

$$(a) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

$$(b) Q : (0, -1, -2)$$

$$(c) d = \sqrt{14}$$

### Uppgift 2

$$(a) x + \ln(x^2 - 1) + C$$

$$(b) 4\pi - 8$$

### Uppgift 3

$$(a) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}$$

$$(b) \mathbf{F}_{AB} = \frac{14}{25} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

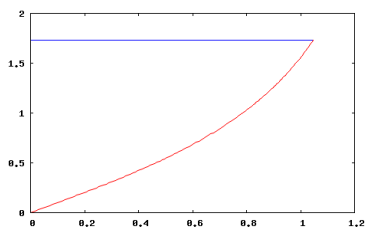
### Uppgift 4

(a)  $p = 1$  ger oändligt många lösningar. ( $p = -3$  gör systemet olösligt)

$$(b) \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$$

## Uppgift 5

(a)



(b)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}} - \ln 2$

## Uppgift 6.1

(a)  $\pi - \pi e^{-X^2}$

(b)  $\pi$

## Uppgift 6.2

$I \approx 1.458$