LULEÅ TEKNISKA UNIVERSITET

OBSERVERA: DENNA TENTAMEN GÄLLER STUDENTER PÅ HÖGSKOLEINGENJÖRSPROGRAM

Tentamen i Matematik II–Integralkalkyl och linjär algebra

Kurskod	**M0043M**

Tentamensdatum	2012-06-02
Skrivtid	09.00 – 14.00

Totala antalet uppgifter: 6

Betygsgränser: **U**:0–13, **3**:14–19, **4**:20–25, **5**:26–30.

Jourhavande: Staffan Lundberg

Resultatet meddelas på studentportalen. Tentamensresultatet meddelas tidigast 15 arbetsdagar efter tentamensdatum.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare.

Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.

Institutionen för teknikvetenskap och matematik

Uppgift 1

(a) Bestäm ekvationen för det plan Π som innehåller punkterna $P_0 : (1, 2, 3)$, $P_1 : (3, 2, 1)$ och som är vinkelrätt mot planet $4x - y + 2z = 7$. (3p)

(b) Bestäm avståndet mellan punkten $Q : (0, 1, 0)$ och planet Π som du bestämde i Uppgift 1(a).

Exakt svar, ej närmevärde. (2p)

Uppgift 2

(a) Partialbråksuppdela

$$\frac{x+7}{x^2+2x-3}$$

(2 p)

(b) Bestäm

$$\int \frac{x+7}{x^2+2x-3}\,dx$$

(1 p)

(c) Bestäm

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\;dx$$

(3 p)

Uppgift 3

Betrakta ekvationssystemet

$$(1) \qquad \begin{cases} ax + y + 2z = 1 \\ 2x + y + az = -a \\ ax + \phantom{y+{}} z = 0 \end{cases}$$

(a) Bestäm, med hjälp av determinantkalkyl, alla värden på den reella parametern a som gör att systemet (1) får oändligt många lösningar. (2 p)

(b) Lös systemet (1) fullständigt för alla så erhållna värden på a. (3 p)

Uppgift 4

Betrakta kurvstycket

$$y = 1 - \frac{x^2}{2}, \quad 0 \le x \le \sqrt{2}.$$

Låt kurvstycket rotera kring y-axeln. Då bildas en rotationskropp. Beräkna volymen av denna rotationskropp. Exakt svar, ej närmevärde. (4p)

Uppgift 5

Beräkna arean av det begränsade område som ligger mellan x-axeln och kurvan $y = (x^2 - x)e^x$. Exakt svar, ej närmevärde. (5 p)

Uppgift 6

Lös en och endast en av följande uppgifter.

Uppgift 6.1

För en kontinuerlig funktion $f(t)$ på intervallet $a \leq t \leq b$, definieras det *kvadratiska medelvärdet* (eng. root mean square (RMS)), x_{RMS}, som

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{b-a} \int_a^b [f(t)]^2 \, dt}.$$

Beräkna det kvadratiska medelvärdet av

$$f(t) = A \sin t, \quad A \in \mathbb{R}, \quad \text{på intervallet } 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Exakt svar, ej närmevärde. (5 p)

Uppgift 6.2

Bestäm matrisen X som är lösning till ekvationen

$$\mathsf{A}^2 + \mathsf{A}\mathsf{X} = \mathsf{I}$$

där

$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

och I är enhetsmatrisen av typ 2×2. (5 p)

Uppgift 1

(a) $x + 6y + z - 32 = 0$

(b) $\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{19}}$

Uppgift 2

(a) $\dfrac{2}{x-1} - \dfrac{1}{x+3}$

(b) $2\ln(x-1) - \ln(x+3) + C$

(c) $\sqrt{x}\,(2\ln(x) - 4) + C$

Uppgift 3

(a) $[a = 2, a = -1]$ ger antingen olösligt system eller oändligt många lösningar.

(b) Kontroll visar att $a = -1$ ger oändligt många lösningar.

$[x = t, y = 1 - t, z = t]$

Uppgift 4

π volymsenheter.

Uppgift 5

$3 - e$ areaenheter.

Uppgift 6

Uppgift 6.1

$$\frac{|A|}{\sqrt{2}}$$

Uppgift 6.2

$$\mathsf{X} = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -\frac{3}{2} & -\frac{9}{2} \end{pmatrix}$$