

Tentamen i Matematik II–Integralkalkyl och linjär algebra

Kurskod	M0043M
Tentamensdatum	2013-01-15
Skrivtid	15.00 – 20.00

Totala antalet uppgifter: 6

Betygsgränser: U:0–13, 3:14–19, 4:20–25, 5:26–30.

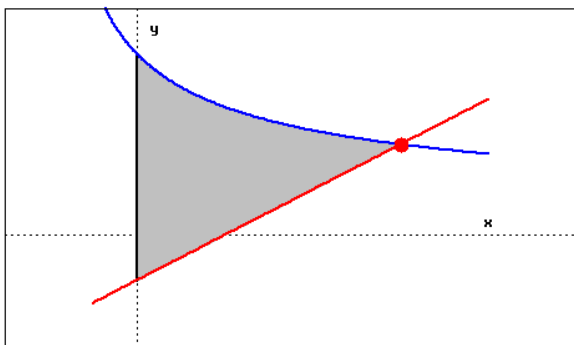
Resultatet meddelas på studentportalen. Via studentwebben kan man få information om när skrivningen finns att hämta ut på studenttorget.

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare.

*Till alla uppgifter ska fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, införda beteckningar och uträkningar får inte vara så knapphändigt presenterade att de blir svåra att följa. Även endast delvis lösta problem kan ge poäng.
Enbart svar ger 0 poäng.*

Uppgift 1

Beräkna arean av området begränsat av kurvan $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x+1}}$, linjen $g(x) = x - 1$ samt y -axeln (skuggade området i figuren).

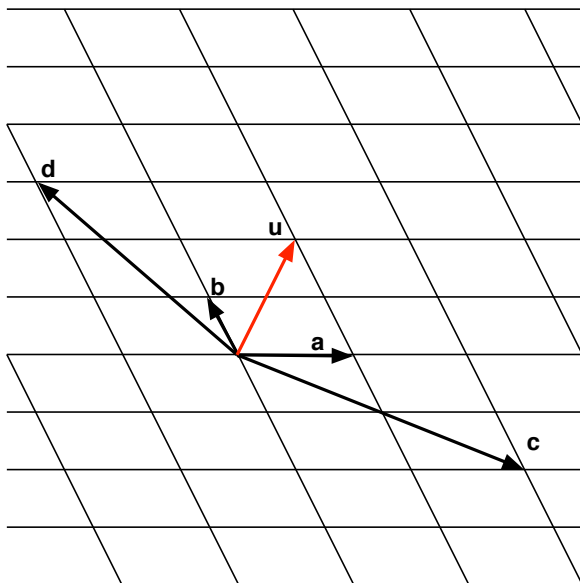


Exakt svar, ej närmevärde.

(5 p)

Uppgift 2

Låt $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$ vara en bas för vektorerna i planet. Antag att vektorn \mathbf{u} har koordinaterna $(1, 2)$ i denna bas. Antag vidare att \mathbf{c} och \mathbf{d} är två vektorer med koordinaterna $(2, -2)$ respektive $(-1, 3)$. Se figur.



Eftersom \mathbf{c} och \mathbf{d} inte är parallella kan vi välja $\{\mathbf{c}, \mathbf{d}\}$ som en annan bas för vektorerna i planet. Vad har vektorn \mathbf{u} för koordinater i basen $\{\mathbf{c}, \mathbf{d}\}$? (5 p)

Uppgift 3

(a) Bestäm

$$\int x^2 \cdot \ln x \, dx \quad (2 \text{ p})$$

(b) Beräkna

$$\int_2^4 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$$

Exakt svar, ej närmevärde. (3 p)

Uppgift 4

(a) Bestäm värden på konstanterna a och b så att ekvationssystemet

$$(1) \quad \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ ax + 2y + z = b \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

får icke-triviala lösningar. (3 p)

(b) Med erhållna värden på a och b från Uppgift 4 (a), redovisa lösningen till ekvationssystemet (1). (2 p)

Uppgift 5

Beräkna avståndet mellan punkten $P_0 : (-1, 0, 3)$ till linjen

$$L : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

Exakt svar, ej närmevärde. (5 p)

Uppgift 6

Lös en och endast en av följande uppgifter.

Uppgift 6.1

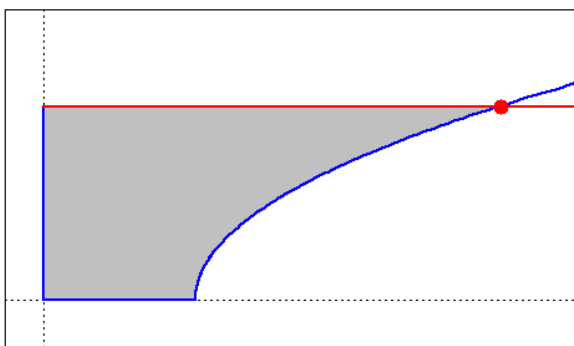
Bestäm

$$\int \frac{6x^3 - 2x^2 + 8x + 4}{x^2(x^2 + 1)} dx$$

(5 p)

Uppgift 6.2

Det skuggade området (se figur), begränsat av koordinataxlarna, linjen $y = 2$ och kurvan $y = \sqrt{x - 2}$, bringas i rotation kring x -axeln.



Beräkna volymen av den uppkomna rotationskroppen. Exakt svar, ej närmevärde.

(5 p)

Uppgift 6.3

Bestäm matrisen X som löser matrisekvationen

$$AXB = C$$

då

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(5 p)