Rep L8

$$A = \begin{bmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \cdot A = \overset{2\times 2}{\begin{bmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{bmatrix}} \cdot \overset{2\times 2}{\begin{bmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{bmatrix}}$$

$$= \overset{2\times 2}{\begin{bmatrix} \cos t \cdot \cos t + (-\sin t)\sin t & \cos t(-\sin t) + (-\sin t)\cos t \\ \sin t \cdot \cos t + \cos t \cdot \sin t & \sin t(-\sin t) + \cos t \cos t \end{bmatrix}}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 t - \sin^2 t & -2\sin t \cos t \\ 2 \sin t \cos t & \cos^2 t - \sin^2 t \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos 2t & \sin(-2t) \\ \sin 2t & \cos 2t \end{bmatrix}$$

Notation $\quad (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T = A^{-T}$

Bevis: $\quad (A^T A)^T = A^T (A^T)^T = A^T A$

Inversmatris

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{a\cdot d - b\cdot c}\overbrace{\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}}^{C^T}$$

Ex:

$$\underset{\text{känd}}{A}\;\underset{\text{okänd}}{\bar{x}} = \underset{\text{känd}}{\bar{b}}$$

$$\Downarrow$$

$$A^{-1}A\bar{x} = A^{-1}\bar{b}$$

$$\Updownarrow$$

$$I\bar{x} = A^{-1}\bar{b}$$

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{\bar{x} = A^{-1}\bar{b}}$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$I\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \qquad \bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad \bar{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1\cdot 5 - 2\cdot 4}\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1}\bar{b} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(-5)(-1)-2\cdot 3} \cdot C^T = \frac{1}{(-5)(-1)-2\cdot 3} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$