Rep L9

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

Symmetrisk

$\Downarrow$

A^{-1} är symmetrisk

$$\boxed{A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{a\cdot d - b\cdot c}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3\cdot 2 - (-2)(-2)}\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3/2 \end{bmatrix}$$

2. Matrisen A är symmetrisk $\Rightarrow$ A^{-1} symmetrisk

Av B C D är endast C symmetrisk

dvs $A^{-1} = C$.

Ex: Determinanten av

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{matrix}$$

$$= 1\cdot1\cdot1 + 0\cdot3\cdot(-1) + 1\cdot2\cdot2$$
$$- (-1)\cdot1\cdot1 - 2\cdot3\cdot1 - 1\cdot2\cdot0$$

$$= 1 + 0 + 4 + 1 - 6 - 0$$

$$= 0$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\det A = a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33}$$

Ex: $\times 2$

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & (a+b+c)\cdot 1 \\ 1 & b & (a+b+c)\cdot 1 \\ 1 & c & (a+b+c)\cdot 1 \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & c & 1 \end{vmatrix} = (a+b+c)\cdot 0 = 0$$

V.S.V

Ex:

$$\begin{array}{c c}\begin{vmatrix} 2 & 2 & 6 & -3 \\ 4 & 0 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 2 & 5 \\ 6 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} & \begin{array}{c} \\ \\ -2 \\ \\ \end{array}\end{array} = \begin{vmatrix} 8 & 0 & 2 & -13 \\ 4 & 0 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 2 & 5 \\ 6 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0 \cdot C_{12} + 0 \cdot C_{22} + 1 \cdot C_{32} + 0 \cdot C_{42}$$

$$= 1 \cdot (-1) \begin{vmatrix} 8 & 2 & -13 \\ 4 & 2 & -5 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

.... Efter föreläsningen .....

$$= (-1) \begin{vmatrix} 4 & 2 & -13 \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = (-1)\left(4\,C_{11} + 0\,C_{21} + 0\,C_{31}\right)$$

$$= (-1) \cdot 4 \cdot (+1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -4\left(2 \cdot 1 - 3(-5)\right) = -68$$