Laboration 2, M0043M, HT14

Laborationsuppgifter skall lämnas in senast 19 december 2014.

Förberedelseuppgifter

1. Läs relevanta delar i Matlab-manualen.
2. Läs igenom teoridelen. Kör teoridelens exempel.

Teoridel

1 Att arbeta med symboliska uttryck

Symboliska uttryck är matematiska uttryck skrivna i termer av symboliska variabler.

Exempel - Trigonometriska ettan

```
>> syms alpha    % Definiera alpha
                 % som symbolisk variabel
>> z=sin(alpha)^2+cos(alpha)^2;
>> simplify(z)

ans =

1
```

Exempel - Derivering

```
>> syms x
>> f=x^3-cos(x);
>> g=diff(f)  % Derivatan df/dx

g =

sin(x) + 3*x^2
```

Exempel - Integrering

```
>> syms x
>> f=x^2*atan(x);  % Uppg 5.30a (FN)
>> int(f)

ans =

log(x^2 + 1)/6 + (x^3*atan(x))/3 - x^2/6
% atan=arctan, log=ln
```

2 Numerisk integralberäkning och ekvationslösning med Matlab

I Matlab finns följande kommando för numerisk beräkning av enkelintegraler.

```
% Beräknar integralen över [a,b] av funktionen fun
>> quad(@fun,a,b)  %OBS funktionshandaget @
```

För att bestämma nollställen används kommandot

```
% Bestämmer ett nollställe till  funktionen fun
% nära startvärdet x0
>> fzero(@fun,x0)   %OBS funktionshandaget @
```

2.1 Viktiga anmärkningar

- Kommandona quad och fzero har som indata funktionen `fun`. **Observera funktionshandtaget** "@". För att kunna använda quad och fzero, måste man först skapa och definiera en funktionsfil (M-fil), enligt nedanstående exempel.

```
function h=myfun(x)
h=cos(x)-x; %  Exempel hur man definierar en funktion
% Sparas som myfun.m
```

För att bestämma nollstället ger man kommandot

```
>> x=fzero(@myfun,x0)    %  x0 är ett startvärde nära nollstället
```

3 Linjära ekvationssystem

Lösningen till systemet

$$\mathsf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$$

bestämmer vi t. ex. med Gausselimination. I MATLAB bestämmer man lösningen genom att skriva

```
>> x=A\y
```

Exempel Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 8 \\ 5x + 8y - 6z = -5 \\ 9x - 2y + 7z = -17 \end{cases} \tag{1}$$

Vi definierar koefficientmatris och högerled i MATLAB:

```
>> A=[3 -2 4 ; 5 8 -6 ; 9 -2 7]; y=[8 ; -5 ; -17];
```

Vi bestämmer $\det \mathsf{A}$ genom att i MATLAB skriva

```
>> det(A)

ans =

  -18.0000
```

Uppenbarligen har vi en entydig lösning, eller hur?

Lösningen $\mathbf{x}$ blir

```
>> x=A\y

x =

  -36.7778
   71.2778
   65.2222
```

Inversen till A, dvs A^{-1}, får vi genom kommandot

```
>> inv(A)

ans =

   -2.4444   -0.3333    1.1111
    4.9444    0.8333   -2.1111
    4.5556    0.6667   -1.8889
```

Alternativt bestämmer vi lösningen till (1) med matrisinvers:

```
>> x=inv(A)*y

x =

  -36.7778
   71.2778
   65.2222
```

Uppgiftsdel

Anvisningar

Laborationsuppgifterna 1-4 är obligatoriska och skall lämnas in senast 19 december 2014.

- Följ anvisningarna i ”Labb-PM, HT14”, som du kan ladda ner från Fronter.
- Lämna in en så enkel rapport som möjligt, utan – **detta är viktigt** – att utelämna matlab-kod, plottar och körningsresultat.
- Rapporten ska vara ett pdf-dokument (Konvertera till pdf från lämpligt ordbehandlingsprogram).
- OBS Viktigt Glöm inte namn på gruppmedlemmar och gärna epostadresser.
- Inlämning sker därefter i Fronter, under ”Inlämning”.

  Namnge dokumentet så att identifiering lätt kan ske.
- *OBSERVERA*: Funktionsfil (M-fil) skall användas i Uppgift 1 (b) och därefter anropas i Uppgift 1 (c). Hämta inspiration från avsnitt 2 i detta dokument.

Laborationsuppgifter–obligatoriska

Uppgift 1

Arean av det slutna området mellan graferna till funktionerna $g(x) = e^{-x^2/2}$ och $h(x) = x^2 - 3x + 2$, skall beräknas.

(a) Plotta graferna i samma diagram för en grovbestämning av övre och nedre integrationsgräns. Välj relevant skalning på axlarna så att grafernas skärningspunkter lätt kan avläsas. Redovisa plottresultatet i form av en figur som du klistrar in i laborationsrapporten.

(b) Använd MATLAB för att numeriskt bestämma övre och nedre integrationsgräns. För deluppgiften relevant funktion skall definieras i en funktionsfil (M-fil).

(c) Använd slutligen MATLAB för att numeriskt bestämma arean av det slutna området mellan graferna till funktionerna $g(x) = e^{-x^2/2}$ och $h(x) = x^2 - 3x + 2$.

Uppgift 2

Definiera x som en symbolisk variabel och skapa det symboliska uttrycket

$$S = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$$

(a) Plotta S för $0 \leq x \leq \pi$. Använd plotkommandot `ezplot`. Ta reda på hur `ezplot` används genom att i Matlabs kommandofönster skriva

```
>> doc ezplot
```

(b) Beräkna

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}\, dx$$

Använd symbolisk integrering.

Uppgift 3

Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 9 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$.

a. Beräkna med Matlab determinanterna av matriserna $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ samt av produkten $\mathbf{AB}$. Slutsats?

b. Beräkna med Matlab matriserna $2\mathbf{A}$ och $2\mathbf{B}$, samt determinanterna av dessa matriser. Slutsats?

c. Beräkna med Matlab produkterna $\mathbf{AA}$ och $\mathbf{BB}$, samt determinanten av dessa matriser. Slutsats?

d. Beräkna med Matlab de inversa matriserna: $(\mathbf{AB})^{-1}$, $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^{-1}$ samt $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$. Slutsats?

e. Bestäm matrisen $\mathbf{X}$ ur matrisekvationen: $\mathbf{AXB} + \mathbf{A} = 2\mathbf{I}$, där $\mathbf{I}$ är identitetsmatrisen av lämplig dimension. Verifiera resultatet.

Uppgift 4

Av ett gammalt recept framgår det att degen till ”mormors smörringar” tillverkas av smör, socker, vetemjöl och skummjölkspulver. Tyvärr framgår det ej av receptet i vilka proportioner dessa ingredienser ska blandas. Däremot kan man utläsa att 100 g deg till ”mormors smörringar” innehåller 24.1 g fett, 55 g kolhydrater, 7.5 g protein och 500 kcal. Vidare slår man upp följande data om innehållet i 100 g av de aktuella ingredienserna:

	Fett	*Kolhydrat*	*Protein*	*kcal*
Smör	80	0	0	800
Socker	0	100	0	400
Vetemjöl	0	75	10	350
Skummjölkspulver	1	50	35	400

Uppgift: Bestäm med hjälp av Matlab det recept som räcker till 500 g deg till ”mormors smörringar” ($\approx$ 60 kakor).