Laboration 2, M0043M, HT14–Python

Laborationsuppgifter skall lämnas in senast 19 december 2014.

Förberedelseuppgifter

Läs igenom teoridelen. Kör teoridelens exempel.

Teoridel

1 Att arbeta med symboliska uttryck

Symboliska uttryck är matematiska uttryck skrivna i termer av symboliska variabler.

Exempel - Trigonometriska ettan

```
from sympy import *  # Vi importerar allt från sympy-modulen
alpha = Symbol('alpha') # Definiera alpha som symbolisk variabel
print simplify(cos(alpha)**2+sin(alpha)**2)

1
```

Exempel - Symbolisk derivering

```
x,f = symbols("x,f")
f=x**3-cos(x)
print diff(f,x)  # Derivatan df/dx

3*x**2 + sin(x)
```

Exempel - Symbolisk integrering

```
x,g = symbols("x,g")
g=x**2*atan(x)  # Uppg 5.30a (FN)
print integrate(g,x)

x**3*atan(x)/3 - x**2/6 + log(x**2 + 1)/6  # log=ln
```

2 Numerisk integralberäkning och ekvationslösning med Python

I Python finns möjlighet till numerisk beräkning av integraler.

Exempel – Numerisk integrering

Bestäm följande integralvärde

$$\int_0^{0.4} \tan(x^2 + 0.2)\, dx$$

```
from scipy.integrate import quad
def integrand(x):
    return tan(x**2+0.2) # Beräknar integralen av funktionen integrand
I = quad(integrand, 0, 0.4)  #funktionsanrop
print(I)

(0.10382251439166999, 1.152661459521087e-15)
# som andra argument anges felet
```

För att bestämma nollställen numeriskt gör man på följande sätt:

Exempel

Lös approximativt ekvationen

$$x + 2\cos(x) = 0$$

med startvärde $x_0 = 0.3$.

```
from scipy.optimize import *
def f(x):
    y=x+2*cos(x)
    return y
x0=fsolve(f,0.3)  #  0.3 är startvärde
#Rutinen fsolve anropar funktionen f
print x0,f(x0)

[-1.02986653] [ -6.66133815e-16]
```

3 Linjära ekvationssystem

Lösningen till systemet

$$\mathsf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

bestämmer vi t. ex. med Gausselimination. I Python bestämmer man lösningen genom följande procedur

Exempel

Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = & 8 \\ 5x + 8y - 6z = & -5 \\ 9x - 2y + 7z = & -17 \end{cases} \tag{1}$$

Vi definierar koefficientmatris och högerled i Python:

```
from numpy import *
A=mat('[3,-2,4;5,8,-6;9,-2,7]')
b=mat('[8;-5;-17]')
```

Vi bestämmer $\det \mathsf{A}$ genom att i Python skriva

```
print det(A)
-18.0
```

Uppenbarligen har vi en entydig lösning, eller hur?

Lösningen $\mathbf{x}$ blir

```
x=solve(A,b)
print x

[[-36.77777778]
 [ 71.27777778]
 [ 65.22222222]]
```

Inversen till A, dvs A^{-1}, får vi genom kommandot

```
Ainv=inv(A)
print Ainv

[[-2.44444444 -0.33333333  1.11111111]
 [ 4.94444444  0.83333333 -2.11111111]
 [ 4.55555556  0.66666667 -1.88888889]]
```

Alternativt bestämmer vi lösningen till (1) med matrisinvers:

```
x1=Ainv*b
print x1

[[-36.77777778]
 [ 71.27777778]
 [ 65.22222222]]
```

Uppgiftsdel

Anvisningar

Laborationsuppgifterna 1-3 är obligatoriska och skall lämnas in senast 19 december 2014.

- Följ anvisningarna i ”Labb-PM, HT14”, som du kan ladda ner från Fronter.
- Lämna in en så enkel rapport som möjligt, utan – **detta är viktigt** – att utelämna python-kod, plottar och körningsresultat.
- Rapporten ska vara ett pdf-dokument (Konvertera till pdf från lämpligt ordbehandlingsprogram).
- OBS Viktigt Glöm inte namn på gruppmedlemmar och gärna epostadresser.
- Inlämning sker därefter i Fronter, till relevant mapp under ”Inlämning”.

  Namnge dokumentet så att identifiering lätt kan ske.

Laborationsuppgifter–obligatoriska

Uppgift 1

Arean av det slutna området mellan graferna till funktionerna $g(x) = e^{-x^2/2}$ och $h(x) = x^2 - 3x + 2$, skall beräknas.

(a) Plotta graferna i samma diagram för en grovbestämning av övre och nedre integrationsgräns. Välj relevant skalning på axlarna så att grafernas skärningspunkter lätt kan avläsas. Redovisa plottresultatet i form av en figur som du klistrar in i laborationsrapporten.

(b) Använd Python för att numeriskt bestämma övre och nedre integrationsgräns.

(c) Använd slutligen Python för att numeriskt bestämma arean av det slutna området mellan graferna till funktionerna $g(x) = e^{-x^2/2}$ och $h(x) = x^2 - 3x + 2$.

Uppgift 2

Definiera x som en symbolisk variabel och skapa det symboliska uttrycket

$$S = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$$

(a) Plotta S för $0 \leq x \leq \pi$.

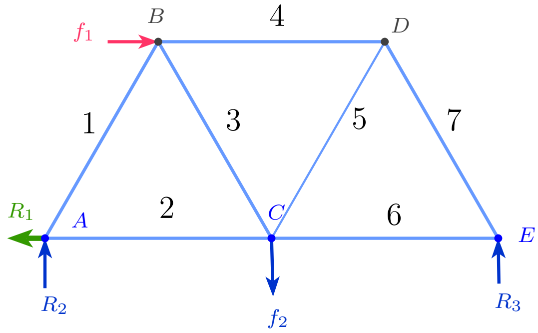
(b) Beräkna

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}\, dx$$

Använd symbolisk integrering.

Uppgift 3

Analys av liksidiga fackverk är vanligt förekommande inom hållfasthetsläran.



De pålagda krafterna betecknas f_1 och f_2. R_1, R_2 och R_3 är reaktionskrafter som stöder konstruktionen vid nod A och E. Krafterna T_i är okända spänningar i fackverkets i-te nod. Kraftjämvikt i vertikal och horisontell led ger följande linjära ekvationssystem:

$$
\begin{cases}
\dfrac{T_1}{2} + T_2 = & f_1 \\
\dfrac{\sqrt{3}}{2} T_1 = & -\dfrac{\sqrt{3}}{4} f_1 - \dfrac{f_2}{2} \\
-\dfrac{T_1}{2} + \dfrac{T_3}{2} + T_4 = & -f_1 \\
\dfrac{\sqrt{3}}{2} T_1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2} T_3 = & 0 \\
-T_2 - \dfrac{T_3}{2} + \dfrac{T_5}{2} + T_6 = & 0 \\
\dfrac{\sqrt{3}}{2} T_3 + \dfrac{\sqrt{3}}{2} T_5 = & f_2 \\
-T_4 - \dfrac{T_5}{2} + \dfrac{T_7}{2} = & 0
\end{cases}
$$

Uppgift: Antag att $f_1 = 1000$ N och $f_2 = 5000$ N . Bestäm alla de okända krafterna T_i, $i = 1 \ldots 7$.