Luleå tekniska universitet
Avd Energiteknik

53

Namn: . . . .
. .

Grupp:

Datum:

Återlämnad för rättning

Godkänd:

Redogörelse

VÄRMETRANSPORT

INLEDNING

Denna laboration behandlar värmetransport i samband med värme-övergång mellan olika ytor och luft.

För att få så stort utbyte av laborationen som möjligt bör du noga läsa på teoridelen, speciellt avsnittet TEMPERATURFÖRLOP UNDER AVSVALNING, där du får tillfälle att tillämpa vad du lärt dig om kurvanpassning i Experimentella metodikkursen.

I BESTÄMNING AV VÄRMEÖVERGÅNGSTAL

Teori: *VÄRMETRANSPORT*

Med värmetransport menar man den överföring av termisk energi, som uppstår till följd av en temperaturdifferens mellan ett termodynamiskt system och dess omgivning. Det energiutbyte som därvid uppkommer, kallas för **värmeflöde** och har dimensionen energi per tidsenhet, dvs anges i enheten watt (W). Här används genomgående beteckningen $\dot{Q}$ för att ange värmeflöde.

Det finns tre olika mekanismer, som bidrar till värmetransporten mellan ett system och dess omgivning, nämligen **strålning**, **strömning** eller **konvektion** och **ledning**. I de flesta fall samverkar de oberoende av varandra och ger upphov till det totala värmeflödet. Man bör notera att det inte förekommer någon materialtransport över systemgränsen i dessa fall av värmeöverföring. Materialvandring kan dock svara för värmetransport i särskilda fall och kallas då **diffusion** eller **avdunstning**. Vi behandlar inte sådan värmeöverföring i denna laboration.

VÄRMEÖVERGÅNG

Om värme överförs mellan en fast kropp och en gas eller vätska, kallas värmetransporten för **värmeövergång**. Värmeövergång är alltså ett special-fall av värmetransport.

Vi inför nu värmeövergångstalet α och anger värmeflödet $\dot{Q}$ genom en yta med arean A vid temperaturdifferensen dT

$$d\dot{Q} = \alpha A dT \tag{1}$$

Minustecknet anger att värmeflödet är riktat mot området med lägre temperatur. dT svarar mot en "oändligt liten" temperaturdifferens.

Om α är oberoende av temperaturen gäller

$$\dot{Q} = \alpha A \Delta T \tag{2}$$

Vi ska nu undersöka hur värmeövergångstalet α kan beräknas med lämpliga approximationer. För att göra detta undersöker vi bidraget till α beroende på strålning och konvektionsledning.

STRÅLNING

En varm kropp utsänder elektromagnetisk strålning, så kallad värme-strålning. Det våglängdsområde som är intressant vid värmeövergång ligger i intervallet 0,1 µm ≤ λ ≤ 100 µm. Den synliga delen av spektrum ligger alltså i detta intervall (0,38 µm ≤ λ ≤ 0,76 µm).

Det strålningsflöde, som ett ämne avger är en funktion av ämnets absoluta temperatur och ytans beskaffenhet. Om en yta strålar ut energin i hela spektralområdet, sägs den vara absolut svart. Man talar i sådana fall om **svartkroppsstrålning**.

Planck's lag ger strålningsflödet vid svartkroppsstrålning som funktion av temperatur och våglängd enligt figuren nedan.

För figur se kompendium fig. 4.8

Fig 1. Strålningsflödet per ytenhet och våglängdsenhet som funktion av våglängden för olika temperaturer.

Stefan Boltzmanns lag ger det totala strålningsflödet $\dot{Q}_S$ över hela våglängdsområdet från en yta med arean A:

$$\dot{Q}_s = A\sigma T^4 \tag{3}$$

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/K^{4}m^2

Observera det starka temperaturberoendet, T upphöjt till 4.

Vi har nu behandlat temperaturberoendet och kommer så till beroendet av ytans beskaffenhet.

Den bråkdel av strålningsflödet vid en given temperatur, som en icke-svart kropp strålar ut, jämfört med strålningen från en svart kropp, kallas **emissionsförmåga** (ε). Alltså

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_\varepsilon}{\dot{Q}_S} \tag{4}$$

Emissionsförmågan är även en funktion av våglängd och vinkel mot ytnormalen, men det behandlar vi ej här.

Tabell 1. Emissionstalet hos olika ytor vid olika temperaturer

Material	Våglängd och medeltemperatur				
	9.3 µm 40°C	5.4 µm 250°C	3.6 µm 500°C	1.8 µm 1400°C	0.6 µm Solen
Aluminium					
Polerad	0.04	0.05	0.08	0.19	~0.3
Oxiderad	0.11	0.12	0.18		
Mässing					
Polerad	0.10	0.10			
Oxiderad	0.61				
Koppar					
Polerad	0.04	0.05	0.18	0.17	
Oxiderad	0.87	0.83	0.77		
Järn					
Polerad	0.06	0.08	0.13	0.25	0.45
Galvaniserad, ny	0.23			0.42	0.66
Galvaniserad, smutsig	0.28			0.90	0.89
Färger					
Svart lackfärg	0.96	0.98			0.95
Röd lackfärg	0.96				0.74
Gul lackfärg	0.95		0.5		0.30
Vit lackfärg	0.95	0.95			0.20
Oljefärg, alla kulörer	~0.94	~0.9			
Is	~0.97				
Vatten	~0.96				
Trä	~0.93				0.35
Glas	0.90				Låg

STRÅLNINGSUTBYTE

Hittills har vi inte nämnt något om inverkan från omgivningen. För att ange att man tar hänsyn till strålningen från omgivningen, talar man om **strålningsutbyte**.
Det sker en ömsesidig påverkan mellan system och omgivning på så sätt att den strålning som utsänds från systemet absorberas av omgivningen, som i sin tur utsänder strålning mot systemet. Detta strålningsutbyte beror på två effekter - en yteffekt och en rumseffekt. Yteffekten har vi behandlat ovan och den sammanfattas i värdet på emissionsförmågan. Rumseffekten däremot, beror på systemets geometriska utseende och närheten till omgivningen.
Tar man hänsyn till både yt- och rumseffekten kan man skriva utbytet av strålningsflöde mellan en yta A med temperaturen T_1 och dess omgivning med temperaturen T_2

$$\dot{Q}_{\varepsilon} = F \cdot A \cdot \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) \tag{5}$$

F = strålningsutbytesfaktorn

Strålningsutbytesfaktorn F, innehåller information om yt- och rums-faktorn och är som regel komplicerad att beräkna. Som exempel kan nämnas att vid strålningsutbyte mellan två plan-parallella plattor med areorna A_1 och A_2 och emissionsförmågan ε_1 och ε_2 ges F av sambandet

$$F = \left[\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{A_1(1-\varepsilon_2)}{A_2 \cdot \varepsilon_2}, \right]^{-1} \tag{6}$$

Ett viktigt specialfall är det fall då kroppen med ytan A_1 helt omsluts av en större yta A_2 och där $A_2 >> A_1$. Då gäller approximativt att $A_1/A_2 \approx 0$, dvs

$$F = \left[\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 \right]^{-1} = \varepsilon_1 \tag{7}$$

Sambandet (5) kan i sådana fall alltså skrivas

$$\dot{Q}_{\varepsilon} = \varepsilon_1 \cdot A_1 \cdot \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4 \right) \tag{8}$$

Detta är det samband vi använder oss av i denna laboration för att beräkna värmeövergång genom strålning. Sambandet (8) gäller under förutsättning att strålningen är diffus och att ytan absorberar strålning lika effektivt som den emitterar. Vi bortser dessutom från emissionsförmågans riktningsberoende.

Tabell 2. Strålningsutbytesfaktorn F i några fall

Mellan ytan A_1 och den helt omslutande ytan A_2	$F = \left[\frac{1}{\varepsilon_1} + (\frac{1}{\varepsilon_2} - 1) \cdot \frac{A_1}{A_2}\right]^{-1}$
Samma som ovan, men dessutom då $A_1 << A_2$	$F \approx \varepsilon_1$
Mellan blank metallyta och yta med betydligt större emissions förmåga	$F \approx \varepsilon_1$
Mellan blanka metallytor	$F \approx \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}$
Mellan icke metalliska ytor	$F \approx \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$

INSTRÅLNING

Slutligen något om strålning **mot** en yta. Om elektromagnetisk strålning infaller mot en yta, kommer en del att reflekteras, en del att transmitteras och en del att absorberas. Detta kan vi uttrycka med sambanden nedan.

Reflektionsförmåga: $$r = \frac{\dot{Q}_{reflekterad}}{\dot{Q}_{infallande}} \tag{9}$$

Transmissionsförmåga: $$t = \frac{\dot{Q}_{transmitterad}}{\dot{Q}_{infallande}} \tag{10}$$

Absorbtionsförmåga: $$a = \frac{\dot{Q}_{absorberad}}{\dot{Q}_{infallande}} \tag{11}$$

samt

$$r + t + a = 1 \tag{12}$$

En kropp kallas **grå** om a och ε är oberoende av strålningens våglängd och då gäller enligt Kirchhoffs lag

$$a = \varepsilon = \text{konstant} \tag{13}$$

Tabell 3. Absorbtionsförmåga vid solinstrålning

Aluminium, polerad	0,26
Rödtegel	0,7–0,75
Koppar, polerad	0,26
Järn, galvaniserat	0,89
Järn, rostigt	0,74
Takpapp	0,88
Vatten	0,96

VÄRMEÖVERGÅNG VID STRÅLNING

Enligt kursen i värmelära blir övergångstalet vid strålning

$$\alpha_S = F \cdot \sigma \frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} \tag{14}$$

där T_1 är temperaturen på den yta vi betraktar (yta 1) och T_2 är temperaturen på den yta, som yta 1 strålar mot. (I laborationen sätts $T_2 = T_{rum}$.)
Värmeflödet på grund av strålning blir

$$\dot{Q} = \alpha_S A \Delta T \tag{15}$$

VÄRMEÖVERGÅNGSTAL VID KONVEKTION OCH LEDNING

Vid värmeövergång mellan en fast kropp och en gas eller vätska, åstadkommes värmeöverföringen, förutom genom strålning, även genom konvektion och ledning. Detta sker på följande sätt: Antag, att vi har en yta som har högre temperatur än omgivningen som är en gas. Då transporteras värme från ytan ut i gasen genom ledning i ett tunt skikt av gasen närmast ytan. På grund av att det därvid uppkommer en temperaturgradient i gasen, kommer även gasens densitet att ändras, så att gasen börjar strömma. Man talar om "fri strömning" och värmeöverföringen sker genom egenkonvek-tion.

Denna värmeövergång är alltså egentligen beroende av såväl ledning som konvektion.

Fig 2. Luftfhastighet och temperatur vid olika avstånd från en upphettad vertikal platta. Z anger avståndet från plattans undre kant till mätpunkterna.

Man kan dessutom öka värmeövergången genom att använda t ex fläktar för att åstadkomma s k påtvingad strömning.

Vi inför nu värmeövergångstalet vid konvektion α_k analogt med defini-tionen av α_s

$$\dot{Q} = \alpha_k \cdot A \cdot \Delta T \qquad (16)$$

Värmeövergångstalet α_k är en funktion av det strömmande mediets tillstånd och hastighet och i någon mån av ytans egenskaper.

För att teoretiskt beräkna α_k måste man lösa de differentialekvationer, som beskriver strömningsförloppet och energitransporten. I allmänhet känner man inte den exakta lösningen till det ekvationssystem som differential-ekvationerna bildar. Med hjälp av dimensionsanalys och numeriska metoder har man dock funnit samband, som ger god överensstämmelse mellan teori och experiment. Dessa samband utgår från dimensionslösa tal, som fått namn efter forskare på detta område, t ex Nusselts tal (Nu), Grashofs tal (Gr), Prandtls tal (Pr) och Reynolds tal (Re).

Allmänt gäller att Nu = f (Re, Gr, Pr). För egenkonvektion gäller att Re i regel kan försummas.

Man kan för detta fall sätta

$$Nu = konst \cdot Gr^m Pr^n.$$

Här gäller det att experimentellt bestämma ett värde på konstanten, m och n. Om vi har luft som strömmar längs en vertikal cylinder och $10^4 < Pr \cdot Gr < 10^9$ har Mc Adams fått fram följande samband

$$Nu = 0{,}59\ (Gr \cdot Pr)^{0{,}25} \tag{17}$$

$$Nu = \frac{a_k \cdot h}{\lambda}$$

$$Gr = \frac{g}{\nu^2 T}\ (T_w - T_0)\ h^3$$

$$Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda}$$

g = tyngdaccelerationen
h = cylinderns höjd
λ = värmeledningstalet för luften
T_w = cylinderväggens temperatur
T_0 = rumsluftens temperatur
ν = luftens kinematiska viskositet
η = luftens dynamiska viskositet
c_p = luftens specifika värmekapacitet

Ekvation (17) kan skrivas som

$$\frac{a_k \cdot h}{\lambda} = 0{,}59\ (GrPr)^{0{,}25} \tag{18}$$

λ , Gr och Pr är temperaturberoende. Värdet av λ och GrPr finns tabellerat. I fysikalia

Observera att när du beräknar GrPr så är tabellvärdena angivna för 1 m och 1^{o}C. Du får alltså **GrPr = (avläst värde)$10^{10}\Delta T h^3$**. Värdena för λ och GrPr skall bestämmas vid medeltemperaturen mellan väggens (T_w) och rumsluftens (T_0) temperatur.

SAMMANFATTNING

Eftersom värmeövergången vid strålning och konvektion är oberoende av varandra gäller

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_{\varepsilon} + \dot{Q}_{k} \qquad (19)$$

Sambanden (2), (15) och (16) ger

$$\alpha \cdot A \cdot \Delta T = \alpha_s \cdot A \cdot \Delta T + \alpha_k \cdot A \cdot \Delta T \qquad (20)$$

dvs

$$\alpha = \alpha_s + \alpha_k \qquad (21)$$

där α_s och α_k i vårt fall beräknas med sambanden (14) och (18). Det är detta samband vi ska undersöka teoretiskt och experimentellt i några olika fall.

TEMPERATURFÖRLOPP UNDER AVSVALNING

Fig 3. Värmeflödet $\dot{Q}$ ger upphov till det temperaturförlopp som visas i diagrammet till höger. T_1 och T_0 är vattnets begynnelse- resp sluttempera-tur = omgivningens temperatur.

Om vi försöker få fram ett uttryck som beskriver avsvalningskurvan vet vi att

$$\dot{Q} = \alpha A\,(T - T_0)$$

där T_0 = rummets temperatur
T = vattnets temperatur efter t sekunder. ($\approx T_w$)

(Vi förutsätter att vattnet och metallburken har samma temperatur.)

Vi vet också att $\dot{Q}$ är den värmemängd Q som går från burken till rummet per sekund

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}\ .$$

Om vi bortser från metallens värmekapacitet, som är mycket mindre än vattnets, så tas all värme som går ut i rummet från vattnet, vars temperatur sjunker.

Om vi tar värmet dQ från vattnet så sjunker dess temperatur med dT.

$$dQ = -mcdT$$

där m = vattnets massa

c = vattnets specifika värmekapacitet

Observera minustecknet (vattnets temperatur sjunker ju varför temperaturändringen är -dT).

Vi får då

$$-\frac{mcdT}{dt} = \alpha A\,(T-T_0)$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\alpha A}{mc}(T-T_0) \tag{22}$$

Separerar vi variablerna får vi att

$$\frac{dT}{T-T_0} = -\frac{\alpha A}{mc}\,dt,$$

vilket kan integreras enligt

$$\int_{T_1}^{T}\frac{dT}{T-T_0} = -\int_0^t\frac{\alpha A}{mc}\,dt$$

där temperaturen hos vattnet, när vi börjar ta tid, är T_1 och efter t sekunder T.
Om vi antar att α är konstant får vi

$$\ln\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = -\frac{\alpha A}{mc}\cdot t \tag{23}$$

$$\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = e^{-\frac{\alpha A}{mc}\cdot t}$$

$$T = T_0 + (T_1-T_0)\,e^{-\frac{\alpha A}{mc}\cdot t} \tag{24}$$

FÖRSÖKSINSTRUKTION

Värmeövergångstalet för två vertikala ytor skall bestämmas teoretiskt och experimentellt. Experimentella värden bestäms genom att mäta avsvalningen för två olika metallburkar som fyllts med ca 80-gradigt vatten. Temperaturer mäts med termoelement och dator och mätvärden lagras var 5:e minut.

Utrustning: dator, termoelement, termometer, 2 metallburkar med kork, mätglas, vatten.

Uppgift 1: Välj två burkar (en svart och en övrig) och mät deras yttre dimensioner. Fyll burkarna med hett vatten och förslut med korken. Se till att termoelementet sticker ned ungefär till mitten av burken. Temperatur-förloppet registreras med dator för de två burkarna. Vattenvolymen mäts med fördel efter avsvalningen.

Uppgift 2: Uppskatta burkarnas emissionsförmåga.

Uppgift 3: Beräkna med hjälp av teoridelen de teoretiska värdena för α_s, α_k och α för båda ytorna. α-värdena skall bestämmas när vattentemperaturen är 50 ^oC. När du bestämmer strålningsutbytesfaktorn i ekv 14 får du anta att burkens area är mycket mindre än omgivningens area ($A_1 << A_2$). För att få fram λ och Gr Pr får man interpolera i tabell (sid 9).

Uppgift 4: Enligt ekv (22) är

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\alpha A}{mc}(T-T_0)$$

$\frac{dT}{dt}$ anger lutningen för tangenten till avsvalningskurvan. Rita upp avsvalningskurvan för en av burkarna med hjälp av Cricket Graph och bestäm tangentens lutning. Beräkna α-värdet när vattnets temperatur är 50 ^oC.

Uppgift 5: Enligt ekv (24) är

$$T = T_0 + (T_1-T_0)\, e^{-\frac{\alpha A}{mc}t}$$

Om man lineariserar detta uttryck fås ekv (23), vilken också kan skrivas

$$\ln(T-T_0) = -\frac{\alpha A}{mc}\, t + c_1$$

där $c_1 = \ln(T_1-T_0)$ = konst

Rita upp $\ln(T-T_0)$ som funktion av tiden för den andra burken samt bestäm α-värdet vid 50 ^oC.

Hemuppgift: Visa att Nu, Gr och Pr på sid 9 verkligen är dimensionslösa.
(Lösningen visas upp vid laborationstillfället).
Frågor (Motivera svaren)

a) Vid den experimentella bestämningen av α har vi inte tagit hänsyn till den värmemängd som går ut genom burkens topp och botten.
Blir det α som bestämts efter denna approximation högre eller lägre än det verkliga?

b) Experimentellt α har bestämts under förutsättningen att metall-burkens värmekapacitet är försumbar.
Ger denna approximation ett α som är högre eller lägre än det verkliga?

c) Diskutera övriga felkällor och kommentera eventuella avvikelser mellan teoretiskt och experimentellt bestämt α.

REDOVISNING

Skriftlig laborationsredogörelse inlämnas gruppvis (eller enskilt) senast en vecka efter laborationstillfället.

MÄTDATA, BERÄKNINGSUNDERLAG OCH RESULTAT

I TEORETISK BESTÄMNING AV VÄRMEÖVERGÅNGSTAL

Uppgift 1: ***Burk 1*** ***Burk 2***

	Burk 1	Burk 2
	m_{H_2O} =	m_{H_2O} =
	A =	A =
	c_{H_2O} =	c_{H_2O} =

Uppgift 2: Typ av yta Yta 1: ....

Yta 2: ....

F ≈	F ≈
T_{medel}=	T_{medel}=
λ =	λ =
h =	h =
ΔT =	ΔT =
Gr Pr =	Gr Pr =

Yta 1: α_s =

α_k =

α =

Yta 2: α_s =

α_k =

α =

II EXPERIMENTELL BESTÄMNING AV VÄRMEÖVERGÅNGSTAL

Resultat:

Uppgift 3: Yta 1: α =

Uppgift 4: Yta 2: α =

****

Hemuppgift:

Svar på frågor:

a) ______________________________

____

____

____

b) ______________________________

____

____

____

c) ______________________________

____

____

____

d) ______________________________

____

____

____