LULEÅ TEKNISKA UNIVERSITET
Avdelningen för fysik

Tentamen i: STATISTISK MEKANIK OCH TERMODYNAMIK 2001-04-17 (MTF072)
Lösningsförslag / Suggested solutions

---

1. **a**) radius=5cm, area $A = 4\pi r^2$, $M_e = \sigma T^4$ total power $P = AM_e = 4/pir^2\sigma T^4 = 4\pi 0.05^2\ 5.6705\ 10^{-8}\ 10^{24}\mathrm{W} = 1.781\ 10^{15}\mathrm{W} \approx 2\ 10^{15}\mathrm{W}$. **b**) flux at distance a=2km, area of sphere $A_2 = 4\pi a^2$ $F = P/A_2 = 1.781\ 10^{15}/4\pi 2^2\ 10^6 = 3.544\ 10^7 \approx 3.5\ 10^7\ \mathrm{W/m^2}$. **c**) Wiens displacement law gives $\lambda_m = 2.8978\ 10^{-3}/10^6\mathrm{m} \approx 3\mathrm{nm}$

2. 2 particles A and B, 3 states with energy 0, ϵ and 3ϵ **a**) Classical

state	0	ϵ	3ϵ	energy
1	AB	-	-	0
2	-	AB	-	2ϵ
3	-	-	AB	6ϵ
4	A	B	-	ϵ
5	B	A	-	ϵ
6	A	-	B	3ϵ
7	B	-	A	3ϵ
8	-	A	B	4ϵ
9	-	B	A	4ϵ

and $Z = 1 + 2e^{-\epsilon/\tau} + e^{-2\epsilon/\tau} + 2e^{-3\epsilon/\tau} + 2e^{-4\epsilon/\tau} + e^{-6\epsilon/\tau}$

b) Bosons

state	0	ϵ	3ϵ	energy
1	AA	-	-	0
2	-	AA	-	2ϵ
3	-	-	AA	6ϵ
4	A	A	-	ϵ
6	A	-	A	3ϵ
8	-	A	A	4ϵ

and $Z = 1 + e^{-\epsilon/\tau} + e^{-2\epsilon/\tau} + e^{-3\epsilon/\tau} + e^{-4\epsilon/\tau} + e^{-6\epsilon/\tau}$

c) Fermions

state	0	ϵ	3ϵ	energy
4	A	A	-	ϵ
6	A	-	A	3ϵ
8	-	A	A	4ϵ

and $Z = e^{-\epsilon/\tau} + e^{-3\epsilon/\tau} + e^{-4\epsilon/\tau}$

3. **a**) $<\nu>= \nu_0(1+ <v_x>/c)$ and $<v_x>$ is equal to zero due to symmetry and hence $<\nu>=\nu_0$. **b**) $\sqrt{<(\nu-<\nu>)^2>} = \frac{\nu_0}{c}\sqrt{<\nu^2>}$ and $<\nu^2>= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-\frac{mv_x^2}{2\tau}} dv_x}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{mv_x^2}{2\tau}} dv_x} = ... = \frac{\tau}{m}$ and hence $\sqrt{<(\nu-<\nu>)^2>} = \frac{\nu_0}{c}\sqrt{\frac{\tau}{m}}$

4. Följande antal tillstånd finns för hemoglogin med 0, 1, 2, 3 eller 4 syremolekyler: 1, 4, 6, 4 och 1. Kemiska aktiviteten för O_2 är $\lambda = e^{\mu/\tau}$, ϵ är energin för en bunden O_2. Stora tillstånds summan är $Z = 1 + 4\lambda e^{-\epsilon/\tau} + 6\lambda^2 e^{-2\epsilon/\tau} + 4\lambda^3 e^{-3\epsilon/\tau} + \lambda^4 e^{-4\epsilon/\tau}$. sannolikheten för 1 syremolekyl $P(1) = \frac{4\lambda e^{-\epsilon/\tau}}{Z}$ och sannolikheten för 4 syremolekyler $P(4) = \frac{\lambda^4 e^{-4\epsilon/\tau}}{Z}$. Figuren över $P(1)$ kommer $P(1)$ att uppvisa ett maximum vid något λ och figuren över $P(4)$ kommer $P(4)$ att gå från 0 mot 1 med ökande λ.

5. There are n empty lattice sites these can be choosen in $\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$ ways. There are n interstitial sites occupied, these can be choosen in $\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$ ways. Hence there are in total

$W(n) = \binom{N}{n}^2$ ways to form as configuration with n atoms at interstitial sites, all with energy $E = n\epsilon$. The entropy $\sigma = \ln(W(n)) = \ln(\frac{N!}{n!(N-n)!})^2 = 2\ln(\frac{N!}{n!(N-n)!}) \approx 2[N\ln N - n\ln n - (N - n)\ln(N-n)]$ Use def of temperature: $\frac{1}{\tau} = \frac{\partial\sigma}{\partial E} = \frac{\partial\sigma}{\partial n}\frac{dn}{dE} = \frac{1}{\epsilon}2[-\ln n + \ln(N-n) = \frac{2}{\epsilon}\ln\frac{N-n}{n}$. This gives $\frac{n}{N} = \frac{1}{e^{\epsilon/2\tau}+1} \approx e^{-\epsilon/2\tau}$ (if $\epsilon >> \tau$).