LULEÅ TEKNISKA UNIVERSITET
Avdelningen för fysik

Tentamen i: Statistisk mekanik och termodynamik 2001-08-22 (MTF072)
Lösningsförslag

---

1. $C_v = \tau \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\tau}\right)_v$ **a:** för ledningselektroner $C_v \propto \tau$ vilket ger $\tau \propto \tau \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\tau}\right)_v$ och därmed är $\frac{\partial\sigma}{\partial\tau} =$ constant. och $\sigma \propto \tau$+constantII. så om τ ökar från 200K till 400 K då ökar σ med en faktor 2. **b:** för elektromagnetiskt strålningsfällt $C_v \propto \tau^3$. (Jmf Debye). och därmed är $\frac{\partial\sigma}{\partial\tau} \propto \tau^2$ och $\sigma \propto \tau^3$+constantII. så om temp ökar från 1000K till 2000K så ökar σ med en faktor 8.

2. Se problem 10.5 i Kittel och Kroemer **a:** $F = -N_f\epsilon_0 + N_g\tau\left(\ln\frac{N_g}{Vn_Q} - 1\right)$ **b:** $N_g = Vn_Q e^{-\epsilon_0/\tau}$ **c:** figur $\ln p$ mot $1/T$ den räta linjen har lutningen $-\frac{\epsilon_0}{k_B}$ vilket ger $\epsilon_0 = 0.53$eV.

3. Se även boken. $Z = 1 + e^{-\epsilon_0/\tau}$ ger $U =< \epsilon >= \frac{\epsilon_0 e^{-\epsilon_0/\tau}}{1+e^{-\epsilon_0/\tau}}$ och $C_v = ... = \frac{\epsilon_0^2}{\tau^2}\frac{e^{-\epsilon_0/\tau}}{(1+e^{-\epsilon_0/\tau})^2}$ $C_v > 0$ och $C_v \to 0$ då $\tau \to 0$ och $\tau \to \infty$. Finns alltså ett max. Derivera C_v och sätt till 0. Detta ger ekvation (med $x = \epsilon_0/\tau$) $\frac{x-2}{x+1???eller2} = e^{-x}$ löses numeriskt/grafiskt. $x \approx 2.4$ och $\tau_{max} \approx 0.42\epsilon_0$.

4. I 2D Ising på kvadratiskt gitter har spinnet 4 närmsta grannar, och i MF approximerar vi grannarna till $< m >$ och spinnet vi utför beräkningen på kan anta $s_i = \pm 1$.. Detta ger $Z = \sum_i e^{-\epsilon_i/\tau} = e^{+4m/\tau} + e^{-4m/\tau}$ Magnetisering blir $< m >= \frac{+1e^{+4m/\tau} - 1e^{-4m/\tau}}{e^{+4m/\tau} + e^{-4m/\tau}} = \tanh(\frac{4m}{\tau})$. Då argumentet m litet $\tanh x \approx x - x^3/3$. Detta ger $m = \frac{4m}{\tau} - (\frac{4m}{\tau})^3\frac{1}{3}$ ger ekvationen $m^2 = \frac{3\tau^2}{216}(4-\tau)$ lösning nära $m = 0$ då är $\tau \approx \tau_c$: $m^2 = \frac{3\tau_c^2}{216}(4-\tau)$ och $m = \frac{\sqrt{3}\tau_c}{\sqrt{216}}\sqrt{(4-\tau)}$ vilket ger exponenten $\beta = \frac{1}{2}$.

5. Funktions formen för trycket är $\ln p = a - \frac{b}{T}$ används längre ner.

   Vid trippelpunkten gäller $p_s = p_l$ detta ger temperaturen för trippelpunkten till $T_t =$ 195.198K$\approx$ 195.2K. **b:** Clausius–Clapeyron $\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\Delta v}$ där $\Delta v = v_g - v_s \approx v_g$ (antagandet att det är gasens volymitet som dominerar) $= \frac{V_g}{N_g}$. Tunn gas antag $pV_g = N_g k_B T$ och därmed $v_g = \frac{k_b T}{p}$. $\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\Delta v} \approx \frac{L}{Tv_g} = \frac{Lp}{k_B T^2}$. vilket ger $\frac{1}{p}\frac{dp}{dT} = \frac{d}{dT}\ln p = \frac{L}{k_B T^2}$ vidare så är $\frac{d}{dT}\ln p = \frac{b}{T^2}$ dvs $L = bk_B$, där b är $\ln p = a - \frac{b}{T}$.

   Latent värme för sublimation $b = 3754$K. $L_s = 3754 \cdot 1.3807\ 10^{-23}$J= $5.183\ 10^{-20}$J= 0.324eV.

   Latent värme för förångning $b = 3063$K. $L_s = 3063 \cdot 1.3807\ 10^{-23}$J= $4.229\ 10^{-20}$J= 0.264eV.

   Skillnaden mellan förångning och sublimation ger smältvärme $(5.183 - 4.229)\ 10^{-20}$J= $9.54\ 10^{-21}$J= 0.060eV

   (Koll mot fysikalia smältvärme = 332 10^3J/kg för NH_3 vilket blir $9.389\ 10^{-21}$ J per molekyl.)