

Kurskod	MTF072
Tentamensdatum	2000-04-25
Skrivtid	09.00–14.00

Tentamen i: **STATISTISK MEKANIK OCH TERMODYNAMIK**

Totala antalet uppgifter: 5

Jourhavande lärare: Hans Weber

Tel: 72088, Rum E111

Examinator: Hans Weber

Tel: 72088, Rum E111

Resultaten anslås : Tisdagen den 9 maj 2000 i korridoren, E-huset

Tentamensrättningen får granskas: Tid meddelas senare

---

Tillåtna hjälpmedel: FYSIKALIA, BETA, Räknedosa, Formelblad för Statistisk Mekanik.

---

Definiera beteckningar samt motivera antaganden och approximationer. Presentera lösningarna så att de blir lätta att följa.

Maximalt antal poäng: 25 p. För godkänt krävs 11 p.

---

### 1. Den tre-dimensionella Ising-modellen i medelfälts approximationen

Den tre-dimensionella Ising modellen på ett kubiskt gitter av sidlängd  $L$  ges av följande Hamiltonian:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} s_i s_j,$$

där de klassiska spinnen  $s$  kan ha tillstånden  $+1$  och  $-1$ . Spinnen  $s_i$  växelverkar med sina närmsta grannar. Vi sätter  $J = 1$  och har därigenom ett ferromagnetiskt grundtillsånd, det vill säga att magnetiseringen  $\langle m \rangle = \frac{1}{L^3} \sum_i s_i = 1$  vid temperaturen  $\tau = 0$ .

Då temperaturen höjs försvinner magnetiseringen vid en viss temperatur, Curie temperaturen  $\tau_c$ .

Visa detta i medelfältsapproximationen, och beräkna den exponent  $\beta$  med vilken magnetiseringen går mot noll nära Curie temperaturen  $\tau_c$ , om  $m \propto (\tau_c - \tau)^\beta$  ( $\tanh(x) \approx x - x^3/3$  för små  $x$ ).

(5p)

## 2. Rotation av en tvåatomig molekyl

Utöver den rena translationsrörelsen tillkommer det en rotationsrörelse för en tvåatomig molekyl. Rotationsenergin är kvantiserad och energinivåerna för en tvåatomig molekyl ges av följande samband:

$$\epsilon(j) = j(j+1)\epsilon_0$$

där  $j$  är ett heltal  $j = 0, 1, 2, \dots$ . Multipliciteten för varje rotations nivå ges av:

$$g(j) = 2j + 1.$$

- Räkna ut ett uttryck för partitionsfunktionen  $Z_R(\tau)$  för rotationstillstånden för molekylerna.
- Beräkna  $Z_R(\tau)$  approximativt genom att övergå till integralform när  $\tau \gg \epsilon_0$ , och genom att trunkera  $Z_R(\tau)$  till två termer. när  $\tau \ll \epsilon_0$
- Beräkna  $C_v$  i båda dessa gränser. Rita gärna en figur som visar  $C_v$  för  $\tau \rightarrow \infty$  och  $\tau \rightarrow 0$ .

(5p)

## 3. Trycket i en ideal fermigas

Bestäm trycket i en ideal fermigas (partiklarnas spinn =  $\frac{1}{2}$ ) vid temperaturen  $T = 0$  K om partikeltätheten är  $N/V$  och partiklarnas massa är  $m$ . Bestäm trycket numeriskt för ledningselektroner i en metall, där  $N/V = 10^{28} m^{-3}$ .

(5p)

## 4. Maxwell hastighets fördelning

Man vill bestämma Maxwells hastighetsfördelning för Natrium vid  $T = 300^\circ C$  med ett försök enligt figur. I ugnen finns Natrium i gasform, ugnen har en öppning vid A ur vilken Natriumgasen kan strömma då öppningen i trumman T står vid D. Trumman T roterar med vinkelhastigheten  $\omega$  kring axeln C. Trumman har diametern  $d = 10.0$  cm. Bestäm trummans vinkelhastighet  $\omega$  så att de Natrium atomer som har den mest sannolika hastigheten  $v_{ms}$  då de strömmar in i trumman träffar trumman vid B då öppningen i trumman har roterat dit (dvs trumman har roterat ett halvt varv).

(5p)

## 5. Paramagnetiska atomer

Ett fast ämne vid temperatur  $T$  placeras i ett magnetfält  $B = 30.0$  kGauss (1 Gauss =  $10^{-4}$  Tesla). Ämnet består av svagt växelverkande paramagnetiska atomer med spinn  $\frac{1}{2}$ , dvs energin för varje atom blir  $\pm\mu B$  beroende på orientering.

- a) Om atomernas magnetiska moment  $\mu$  är lika med en Bohr magneton  $\mu = 0.927 \cdot 10^{-20}$  ergs/gauss (1 ergs =  $10^{-8}$  Joule). Under vilken temperatur  $T$  måste ämnet då kylas för att minst 75% av atomerna skall ha sitt spinn riktat parallellt med magnetfältet?
- b) Antag att vi istället för paramagnetiska atomer har ett ämne som innehåller många protoner (tex paraffin). Varje proton har spinn  $\frac{1}{2}$  och ett magnetiskt moment  $\mu = 1.41 \cdot 10^{-23}$  ergs/gauss. Under vilken temperatur måste ämnet då kylas för att minst 75% av protonerna skall ha sitt spinn riktat parallellt med magnetfältet?

(5p)

LYCKA TILL !