

| | |
|----------------|-------------|
| Kurskod | MTF072 |
| Tentamensdatum | 2001-12-14 |
| Skrivtid | 09.00–14.00 |

Tentamen i: **STATISTISK MEKANIK OCH TERMODYNAMIK**

Totala antalet uppgifter: 5

Jourhavande lärare: Hans Weber

Tel: 72088, Rum E111

Examinator: Hans Weber

Tel: 72088, Rum E111

Resultaten anslås : Måndagen den 17 december 2001 i korridoren, E-huset

Tentamensrättningen får granskas: Tid meddelas senare

Tillåtna hjälpmedel: FYSIKALIA, BETA, Physics handbook, Räknedosa, Formelblad för Statistisk Mekanik.

Definiera beteckningar samt motivera antaganden och approximationer. Presentera lösningarna så att de blir lätta att följa.

Maximalt antal poäng: 25 p. För godkänt krävs 11 p.

1. **Ideal enatomig gas**

En ideal gas är innesluten i en behållare, som genom en skiljevägg är delad i två lika stora volymer V . Varje delvolym innehåller N atomer och temperaturen är τ_1 respektive τ_2 i de båda delvolymerna.

Beräkna entropiändringen då skiljeväggen borttages. Utgå ifrån att det inte sker något värmeutbyte med omgivningen.

(5p)

| | |
|----------|----------|
| $N V$ | $N V$ |
| τ_1 | τ_2 |

2. Schottky anomali

Ett system har två energinivåer varav den övre är trefaldigt degenererad medan den undre är odegnererad. Man har mätt upp värmekapaciteten vid konstant volym som funktion av temperaturen och hittat ett maximum hos denna vid 350 K. Bestäm energiskillnaden mellan de tvånivåerna. (Om du får en ekvation som du inte kan lösa analytiskt, lös den med minräknare eller grafiskt.)

(5p)

3. Fermioners hastigheter

Ett metallstycke med volymen V innehåller N stycken ledningselektroner, vardera med massan m . Beräkna medelvärdena $\langle v \rangle$ och $\langle v^2 \rangle$, där v är beloppet av hastigheten hos en elektron, då temperaturen är $T = 0\text{K}$. Ledningselektronerna kan behandlas som en fri elektrongas. Uttryck svaret med hjälp av N, V, m och ev. fundamentalkonstanter eller uttryck svaret i termer av v_F fermihastigheten.

(5p)

4. DNA – molekyl

DNA-molekylen består som bekant av två kedjor, vilka hålls ihop av bindningar mellan basparen adenin och tymin (AT-bindningar) och cytosin och guanin (CG-bindningar). Detta gör, att DNA-molekylen kan fungera ungefär som ett blixtlås och öppnas genom att bindningarna i tur och ordning bryts från ena änden eller från bägge ändarna. En DNA-molekyl innehåller N stycken bindningar, energikostnaden för att bryta en bindning är ϵ , och en brutna bindning kan ha g stycken orienteringar.

- a) Visa, att tillståndssumman för ett DNA-blixtlås som bara kan öppnas från ena änden ges av

$$Z^{(N)} = \sum_{N_b=0}^N g^{N_b} e^{-N_b \epsilon / \tau},$$

där summationsindex N_b räknar antal brutna bindningar.

- b) Beräkna tillståndssumman explicit och visa, att andelen brutna bindningar för $N \rightarrow \infty$ är lika med 0 för $ge^{-\epsilon/\tau} < 1$ och lika med 1 för $ge^{-\epsilon/\tau} > 1$.

Detta är ett exempel på en *första ordningens fasövergång* av samma slag som när vatten övergår från vätska till gas eller omvänt. Fasövergången sker vid temperaturen $T_c = \frac{\epsilon}{k \ln(g)}$. Fasövergången från stängt till öppet DNA-blixtlås och omvänt inträffar förstas inte för att kroppstemperaturen ändras, utan för att bindningsenergin ϵ och därmed T_c ändras under inverkan av katalysatorer, vilket ger samma resultat.

(5p)

5. Maxwell hastighets fördelning

Ämnet koppar består av två isotoper med vardera massan $m_{63} = 62.93\text{u}$ och $m_{65} = 64.93\text{u}$. I en utrustning enligt figuren nedan finns i ugnen en gas av koppar vid en temperatur $T = 3200\text{K}$ (koppars kokpunkt är 2885K). Ur öppningen A i ugnen strömmar gasen in i trumman genom spalten D. Trumman roterar med 2200 varv per sekund kring axeln C. Trumman har diametern $d = 10.0\text{cm}$. På insidan av trumman vid B svärtas trumman p.g.a. att kopparatomerna avsätts här.

- a) Beräkna separationen i millimeter mellan de två intensitetsmaximan (på insidan av trumman) vid B för respektive koppar isotop.
- b) Det kan vara opraktiskt med ett varvtal på 2200 varv per sekund. Förutsatt att man vill ha samma separation mellan de båda intensitetsmaximan, vilket varvtal skulle behövas om man byter trumman till en med dubbla diametern, dvs $d = 20.0\text{cm}$?

(5p)

LYCKA TILL !