

Kurskod	MTF072
Tentamensdatum	2003-08-28
Skrivtid	09.00–14.00

Tentamen i: **STATISTISK MEKANIK OCH TERMODYNAMIK**

Totala antalet uppgifter: 5

Jourhavande lärare: Lars Benckert

Tel: 491138, Rum E147

Examinator: Hans Weber

Tel: 492088, Rum E111

Resultaten anslås : Torsdagen den 18 september 2003 i korridoren, E-huset

Tentamensrättningen får granskas: Tid meddelas senare

Tillåtna hjälpmedel: FYSIKALIA, BETA, Physics handbook, Räknedosa (pocket calculator), Formelblad för Statistisk Mekanik (collection of formulae in Statistical mechanics).

Define notations and motivate assumptions and approximations. Present the solutions so that they are easy to follow.

Definiera beteckningar samt motivera antaganden och approximationer. Presentera lösningarna så att de blir lätta att följa.

Maximalt antal poäng: 25 p. För godkänt krävs 11 p.

Maximum number of point is 25 p. 11 points are required to pass the examination.

1. Rotation av en tvåatomig molekyl

Utöver den rena translationsrörelsen tillkommer det en rotationsrörelse för en tvåatomig molekyl. Rotationsenergin är kvantiserad och energinivåerna för en tvåatomig molekyl ges av följande samband:

$$\epsilon(j) = j(j+1)\epsilon_0$$

där j är ett heltal $j = 0, 1, 2, \dots$. Multipliciteten för varje rotations nivå ges av:

$$g(j) = 2j + 1.$$

- Räkna ut ett uttryck för partitionsfunktionen $Z_R(\tau)$ för rotationstillstånden för molekylerna.
- Beräkna $Z_R(\tau)$ approximativt genom att övergå till integralform när $\tau \gg \epsilon_0$, och genom att trunkera $Z_R(\tau)$ till två termer. när $\tau \ll \epsilon_0$
- Beräkna C_v i båda dessa gränser. Rita gärna en figur som visar C_v för $\tau \rightarrow \infty$ och $\tau \rightarrow 0$.

(5p)

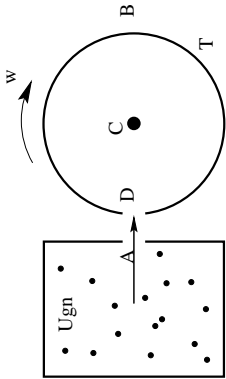
2. Trycket i en ideal fermigas

Bestäm trycket i en ideal fermigas (partiklarnas spinn = $\frac{1}{2}$) vid temperaturen $T = 0$ K om partikeltätheten är N/V och partiklarnas massa är m . Bestäm trycket numeriskt för ledningselektroner i en metall, där $N/V = 10^{28}m^{-3}$.

(5p)

3. Maxwell hastighets fördelning

Man vill bestämma Maxwells hastighetsfördelning för Natrium vid $T = 300^\circ\text{C}$ med ett försök enligt figur. I ugnen finns Natrium i gasform, ugnen har en öppning vid A ur vilken Natriumgasen kan strömma då öppningen i trumman T står vid D. Trumman T roterar med vinkelhastigheten ω kring axeln C. Trumman har diametern $d = 10.0\text{cm}$. Bestäm trummans vinkelhastighet ω så att de Natrium atomer som har den mest sannolika hastigheten v_{ms} då de strömmar in i trumman träffar trumman vid B då öppningen i trumman har roterat dit (dvs trumman har roterat ett halvt varv).



(5p)

4. DNA – molekyl

DNA-molekylen består som bekant av två kedjor, vilka hålls ihop av bindningar mellan basparen adenin och tymin (AT-bindningar) och cytosin och guanin (CG-bindningar). Detta gör, att DNA-molekylen kan fungera ungefär som ett blixtlås och öppnas genom att bindningarna i tur och ordning bryts från ena änden eller från bägge ändarna. En DNA-molekyl innehåller N stycken bindningar, energikostnaden för att bryta en bindning är ϵ , och en brutna bindning kan ha g stycken orienteringar.

- a) Visa, att tillståndssumman för ett DNA-blixtlås som bara kan öppnas från ena änden ges av

$$Z^{(N)} = \sum_{N_b=0}^N g^{N_b} e^{-N_b \epsilon / \tau},$$

där summationsindex N_b räknar antal brutna bindningar.

- b) Beräkna tillståndssumman explicit och visa, att andelen brutna bindningar för $N \rightarrow \infty$ är lika med 0 för $g e^{-\epsilon/\tau} < 1$ och lika med 1 för $g e^{-\epsilon/\tau} > 1$.

Detta är ett exempel på en *första ordningens fasövergång* av samma slag som när vatten övergår från vätska till gas eller omvänt. Fasövergången sker vid temperaturen $T_c = \frac{\epsilon}{k \ln(g)}$. Fasövergången från stängt till öppet DNA-blixtlås och omvänt inträffar förstas inte för att kroppstemperaturen ändras, utan för att bindingsenergin ϵ och därmed T_c ändras under inverkan av katalysatorer, vilket ger samma resultat.

(5p)

5. Identiska partiklar

Ett system består av två partiklar. Varje partikel kan befinna sig i ett av tre tillstånd, med följande energier: 0 , ϵ och 3ϵ . Systemet befinner sig i kontakt med en värmereservoar vid temperatur τ .

- a) Härled ett uttryck för tillståndssumman Z om vi kan betrakta partiklarna som klassiska (dvs det går att skilja på partikel 1 och partikel 2) !
- b) Vad är Z om partiklarna är bosoner?
- c) Vad är Z om partiklarna är fermioner?

(5p)

LYCKA TILL ! / GOOD LUCK !