

Kurskod	MTF115
Tentamensdatum	2004-01-15
Skrivtid	09.00–14.00

Tentamen i: **STATISTISK MEKANIK OCH TERMODYNAMIK**

Totala antalet uppgifter: 5

Jourhavande lärare: Hans Weber

Tel: 492088, Rum E111

Examinator: Hans Weber

Tel: 492088, Rum E111

Resultaten anslås : Torsdagen den 5 februari 2004 i korridoren, E-huset

Tentamensrättningen får granskas: Tid meddelas senare

Tillåtna hjälpmedel: FYSIKALIA, BETA, Physics handbook, Räknedosa (pocket calculator), Formelblad för Statistisk Mekanik (collection of formulae in Statistical mechanics).

Define notations and motivate assumptions and approximations. Present the solutions so that they are easy to follow.

Definiera beteckningar samt motivera antaganden och approximationer. Presentera lösningarna så att de blir lätta att följa.

Maximalt antal poäng: 25 p. För godkänt krävs 11 p.

Maximum number of point is 25 p. 11 points are required to pass the examination.

1. Harmoniska oscillatorn

Ett system består av N stycken identiska endimensionella harmoniska oscillatorer. Beräkna andelen oscillatorer n_j/N i de 3 lägsta ($j = 0, 1$ och 2) tillstånden vid den karakteristiska temperaturen τ_{ch} . Energierna för oscillatorerna ges av $\epsilon_j = (j + 1/2)\hbar\omega$ och den karakteristiska temperaturen för en oscillator ges av $\tau_{ch} = \hbar\omega$.

(5p)

2. Entropi

Använd ett enkelt resonemang kring värmekapacitiveteten C_v för att komma fram till svar på följande frågor.

- Med vilken faktor förändras entropin för ledningselektronerna i en metall då temperaturen ändras från $200K$ till $800K$?
- Med vilken faktor förändras entropin för det elektromagnetiska strålningsfältet i en kavitet då temperaturen ändras från $500K$ till $2000K$?

(5p)

3. Helium 3He

Helium 3He har spin $= \frac{1}{2}$. Vid låga temperaturer kan man behandla det som en ideal Fermi gas. Vid dessa låga temperaturer är 3He en vätska (normalt tryck, densitet $\rho = 0.081g/cm^3$). Bestäm Fermi temperaturen T_F och värmekapacitiveteten C_v för 3He vid $T=0.1$ K. (5p)

4. Den tre-dimensionella Ising-modellen i medelfältsapproximationen

Den tre-dimensionella Ising modellen på ett kubiskt gitter av sidlängd L ges av följande Hamiltonian:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} s_i s_j,$$

där de klassiska spinnen s kan ha tillstånden $+1$ och -1 . Spinnen s_i växelverkar med sina närmsta grannar. Vi sätter $J = 1$ och har därigenom ett ferromagnetiskt grundtillstånd, det vill säga att magnetiseringen $\langle m \rangle = \frac{1}{L^3} \sum_i s_i = 1$ vid temperaturen $\tau = 0$.

Då temperaturen höjs försvinner magnetiseringen vid en viss temperatur, Curie temperaturen τ_c .

Visa detta i medelfältsapproximationen, och beräkna den exponent β med vilken magnetiseringen går mot noll nära Curie temperaturen τ_c , om $m \propto (\tau_c - \tau)^\beta$ ($\tanh(x) \approx x - x^3/3$ för små x).

(5p)

5. Trycket i en fotongas

I denna uppgift skall du ta fram ett uttryck för trycket i en fotongas innesluten i en kubiskt utrymme med kantlängden L .

- a) Börja med att ta fram ett uttryck för energitätheten $\frac{U}{V}$ (Stefan-Boltzmanns T^4 lag). (Ledning använd Plancks fördelningsfunktion och att sambandet mellan fotonens frekvens ω_n och mode $n = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$ ges av $\omega_n = n\pi c/L$.)
- b) Tag fram uttrycket för trycket p för fotongasen. (Ledning ta fram entropin σ först, och sedan trycket med hjälp av detta resultat.)
- c) För en ideal monoatomär gas gäller följande samband $pV = \frac{2}{3}U$. Hur ser motsvarande uttryck ut för fotongasen?

(5p)

LYCKA TILL ! / GOOD LUCK !