

Kurskod	MTF115 / MTF072
Tentamensdatum	2005-01-15
Skrivtid	09.00–14.00

Tentamen i: **STATISTISK MEKANIK OCH TERMODYNAMIK**

Totala antalet uppgifter: 5

Jourhavande lärare: Hans Weber

Tel: 492088, Rum E111

Examinator: Hans Weber

Tel: 492088, Rum E111

Resultaten anslås : Måndagen den 31 januari 2005 i korridoren, E-huset

Tentamensrättningen får granskas: Tid meddelas senare

Tillåtna hjälpmedel: FYSIKALIA, BETA, Physics handbook, Räknedosa (pocket calculator), Formelblad för Statistisk Mekanik (collection of formulae in Statistical mechanics).

Define notations and motivate assumptions and approximations. Present the solutions so that they are easy to follow.

Definiera beteckningar samt motivera antaganden och approximationer. Presentera lösningarna så att de blir lätta att följa.

Maximalt antal poäng: 25 p. För godkänt krävs 11 p.

Maximum number of point is 25 p. 11 points are required to pass the examination.

### 1. Density of states

In the collection of formulae the density of states  $D(\epsilon)$  is given for a fermion gas in three dimensions.

Derive the corresponding densities of states in 1 and 2 dimensions  $D_1(\epsilon)$  och  $D_2(\epsilon)$ .

#### **Sv version.**

I formelsamlingen står tillståndstätheten  $D(\epsilon)$  angiven för en fermiongas i tre dimensioner.

Beräkna motsvarande tillståndstätheter i 1 och i 2 dimensioner  $D_1(\epsilon)$  och  $D_2(\epsilon)$ .

(5p)

### 2. Fermioners hastigheter

A piece of metal of volume  $V$  contains  $N$  conduction electrons each of mass  $m$ . Calculate (for zero temperature) the averages  $\langle v \rangle$  and  $\langle v^2 \rangle$ , where  $v$  is the absolute value of the velocity of the electron.

The conduction electrons may be treated as a free electron gas. Present your answer in terms of the Fermi velocity  $v_F$ .

Ett metallstycke med volymen  $V$  innehåller  $N$  stycken ledningselektroner, vardera med massan  $m$ . Beräkna medelvärdena  $\langle v \rangle$  och  $\langle v^2 \rangle$ , där  $v$  är beloppet av hastigheten hos en elektron, då temperaturen är  $T = 0\text{K}$ . Ledningselektronerna kan behandlas som en fri elektrongas. Uttryck svaret i termer av fermihastigheten  $v_F$ .

(5p)

### 3. Kvantmekanisk rotor

A quantum mechanical rotor has energy levels  $j(j+1)\hbar^2/2I$ , each level has degeneration  $2j+1$  where  $j = 0, 1, 2, \dots$ . Calculate the for the rotational degrees of freedom the contribution to the heat capacity for low temperatures ( $\tau \ll \hbar^2/I$ ).

#### Sv version.

En kvantmekanisk rotor har energinivåerna  $j(j+1)\hbar^2/2I$  med degeneration  $2j+1$  där  $j = 0, 1, 2, \dots$ . Härled ett uttryck för temperaturberoendet hos bidraget till värmekapacitiviteten vid låga temperaturer från rotationerna ( $\tau \ll \hbar^2/I$ ).

(5p)

### 4. Harmoniska oscillatorn

A two dimensional harmonic oscillator has energy levels

$$\epsilon_{n_1, n_2} = (n_1 + n_2 + 1) \hbar\omega$$

where  $n_1, n_2$  are integers in the range 0 to  $\infty$ .

- a) At what temperature are the probabilities equal to find the oscillator in a state of energy  $2\hbar\omega$  or  $4\hbar\omega$ ?
- b) How large is this probability?

#### Sv version.

En tvådimensionell harmonisk oscillator har energinivåerna

$$\epsilon_{n_1, n_2} = (n_1 + n_2 + 1) \hbar\omega$$

där  $n_1, n_2$  är heltal från 0 till  $\infty$ .

- a) Vid vilken temperatur är sannolikheten att oscillatorn har energin  $2\hbar\omega$  och  $4\hbar\omega$  lika?
- b) Hur stor är denna sannolikhet?

(5p)

A system consists of two particles. Each particle can be in one of the following three states with the energies:  $0$ ,  $\epsilon$  and  $2\epsilon$ . The system is coupled to a heat reservoir of temperature  $\tau$ .

- a) Evaluate an expression for the partition function  $Z$  if we consider the particles to be classical (ie we can label the particles as 1 and 2).
- b) What will  $Z$  be if the particles are bosons?
- c) What will  $Z$  be if the particles are fermions?

**Sv version.**

Ett system består av två partiklar. Varje partikel kan befinna sig i ett av tre tillstånd, med följande energier:  $0$ ,  $\epsilon$  och  $2\epsilon$ . Systemet befinner sig i kontakt med en värmereservoar vid temperatur  $\tau$ .

- a) Härled ett uttryck för tillståndssumman  $Z$  om vi kan betrakta partiklarna som klassiska (dvs det går att skilja på partikel 1 och partikel 2) !
- b) Vad är  $Z$  om partiklarna är bosoner?
- c) Vad är  $Z$  om partiklarna är fermioner?

(5p)

LYCKA TILL ! / GOOD LUCK !